Docentenhandleiding: De Denkclub: het geheim van het toverkwadraat

Groep 4 · rekenen · Getallen en patronen · 135 min

Doelen

- Terugrekenen vanuit een som die je al weet
- Een slimme plek kiezen om te beginnen
- Proberen, controleren en verbeteren
- Zelf een toverkwadraat maken

Overzicht

Over dit project

Een verrijkingsmodule in drie delen voor snelle rekenaars in groep 4. In een **toverkwadraat** is elke rij, elke kolom en elke schuine lijn samen even veel: de toversom. De leerling vult lege vakjes in, zoekt een verborgen toversom, legt de getallen 1 tot en met 9 en maakt tot slot zelf een toverkwadraat.

Het rekenwerk blijft optellen en aftrekken tot 100. Nieuw is het denkwerk: **terugrekenen** (de toversom min wat er al staat), **kiezen waar je begint**, en bij het 1-tot-9-vierkant **proberen en verbeteren** als aftrekken niet meer helpt. Dat sluit aan bij de conceptkerndoelen *patronen en verbanden* en *wiskundig probleemoplossen*.

De vaste personages van de Denkclub: **Professor Pi** (opent elk deel), **Sam** (snel, maar soms te snel) en **Noor** (precies, rekent alles na).

Materialen

- Potlood en gum
- Kladpapier
- Voor het deel De verborgen toversom: negen briefjes met de getallen 1 tot en met 9 (om te schuiven)

Voorbereiding

- Elk deel duurt ongeveer 45 minuten en past in de tijd die vrijkomt door het compacten.
- Knip de briefjes 1 tot en met 9 voor De verborgen toversom, of laat de leerling ze zelf maken.

Introductie

Teken een vierkant van 3 bij 3 op het bord met 2, 7, 6 bovenaan. Vraag: hoeveel is de bovenste rij samen? Vertel dat in een toverkwadraat *elke* rij, kolom en schuine lijn dat getal maakt. Lees samen de eerste opdracht.

Differentiatie

- Snel klaar: de extra uitdaging aan het eind van elk deel.
- Vastlopen hoort erbij. Vraag: welke lijn heeft nog maar één leeg vakje? Achterin het boekje staan tips per opdracht.
- Moeite met lezen: lees de tekst van Professor Pi voor; de puzzels zelf zijn kort.

Beoordeling

De toverkwadraten, getallen en keuzevragen worden automatisch nagekeken. De uitleg en de zelfgemaakte vierkanten beoordeelt u met de criteria in deze handleiding. Kijk vooral naar de aanpak: begint de leerling bij een lijn met één leeg vakje, of zomaar ergens?

Notities

Het gesprek na elk deel is belangrijker dan het nakijken. Vraag steeds hoe de leerling het heeft aangepakt.

Wat is een toverkwadraat? · 45 min

Terugrekenen. De toversom staat erbij; de leerling zoekt steeds een lijn met nog maar één leeg vakje en rekent de toversom min de andere twee. Bij Sam leert de leerling dat één rij die klopt niet genoeg is: álle lijnen moeten kloppen.

Vragen voor het gesprek:

- Waar begon je bij het tweede vierkant? Waarom daar?
- Hoe wist je zeker dat Sams vierkant niet klopt?

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Welkom bij de Denkclub! Ik heb een oud geheim gevonden. Een vierkant vol getallen dat **tovert**. Elke rij, elke kolom en elke schuine lijn is samen precies even veel.

Zo werkt een toverkwadraat

- Tel de drie getallen van een **rij** op (van links naar rechts).
- Tel de drie getallen van een **kolom** op (van boven naar beneden).
- Tel de twee **schuine lijnen** op (van hoek naar hoek).

Komt er overal hetzelfde uit? Dan is het een toverkwadraat. Dat getal heet de **toversom**.

1 Maak het toverkwadraat af.

Tip: Begin bij een rij of kolom waar nog maar één vakje leeg is.

Toversom: 15 Tel je elke rij, elke kolom en de twee schuine lijnen op, dan krijg je steeds **15**.

2	7	
9	5	1
	3	

Antwoord: 2 7 6 / 9 5 1 / 4 3 8

Stap voor stap:

1. Rij 1: 15 – 2 – 7 = 6.

2. Kolom 1: 15 – 2 – 9 = 4.

3. Rij 3: 15 – 4 – 3 = 8.

Tips achterin het boekje:

- **1a** Zoek een rij, kolom of schuine lijn waar nog maar één vakje leeg is.

- **1b** Kijk naar rij 1.
- **1c** Rij 1: 15 – 2 – 7 = 6.

2 Nu zijn er meer vakjes leeg. Maak het toverkwadraat af.

Toversom: 15 Tel je elke rij, elke kolom en de twee schuine lijnen op, dan krijg je steeds **15**.

	1	6
3		7
	9	

Antwoord: 8 1 6 / 3 5 7 / 4 9 2

Stap voor stap:

1. Rij 1: 15 – 1 – 6 = 8.

2. Rij 2: 15 – 3 – 7 = 5.

3. Kolom 1: 15 – 8 – 3 = 4.

4. Rij 3: 15 – 4 – 9 = 2.

Tips achterin het boekje:

- **2a** Zoek een rij, kolom of schuine lijn waar nog maar één vakje leeg is.
- **2b** Kijk naar rij 1.
- **2c** Rij 1: 15 – 1 – 6 = 8.

Veelgemaakte fouten:

- Begint linksonder (twee lege vakjes in die rij) en gaat gokken. Wijs op de bovenste rij en de middelste rij.

Sam *snel, maar soms te snel*

Ik heb er ook een gemaakt: **1 2 3** bovenaan, **4 5 6** in het midden, **7 8 9** onderaan. De middelste rij is 15 en de middelste kolom is ook 15. Dus het is een toverkwadraat!

Noor *precies, rekent alles na*

Hmm. Ik reken altijd álle lijnen na. Dat zijn er acht.

3 Is het vierkant van Sam een toverkwadraat?

A Ja, want de middelste rij en de middelste kolom zijn allebei 15

B Nee, want de bovenste rij is maar 6

C Nee, want er staat geen 0 in

Antwoord: B (Nee, want de bovenste rij is maar 6)

Uitwerking: Bovenste rij 1 + 2 + 3 = 6, onderste rij 7 + 8 + 9 = 24. De middelste rij, de middelste kolom en beide schuine lijnen zijn wel 15.

Doorvragen:

- Welke lijnen van Sam kloppen wél? (De middelste rij, de middelste kolom en de twee schuine lijnen.)

Professor Pi heeft ook een toverkwadraat met grotere getallen.

4 Maak het toverkwadraat af.

Toversom: 30 Tel je elke rij, elke kolom en de twee schuine lijnen op, dan krijg je steeds **30**.

	2	12
6	10	
		4

Antwoord: 16 2 12 / 6 10 14 / 8 18 4

Stap voor stap:

1. Rij 1: 30 – 2 – 12 = 16.

2. Rij 2: 30 – 6 – 10 = 14.

3. Kolom 1: 30 – 16 – 6 = 8.

4. Kolom 2: 30 – 2 – 10 = 18.

Tips achterin het boekje:

- **4a** Zoek een rij, kolom of schuine lijn waar nog maar één vakje leeg is.
- **4b** Kijk naar rij 1.
- **4c** Rij 1: 30 – 2 – 12 = 16.

Toelichting: Dit is het vierkant van opdracht 2 met alle getallen keer 2. Laat de leerling dat zelf ontdekken in het deel Toverkwadraten maken.

Extra uitdaging

Tel bij elk getal van je eerste toverkwadraat 10 op. Is het nog steeds een toverkwadraat? Wat is nu de toversom?

Over de extra uitdaging

Ja. Elke lijn krijgt er 3 × 10 = 30 bij, dus de toversom wordt 15 + 30 = 45.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

De verborgen toversom · 45 min

Nu staat de toversom er niet bij. De leerling zoekt eerst een lijn die al vol is (bij opdracht 6 is dat alleen een schuine lijn). Daarna het beroemde vierkant met 1 tot en met 9: tel alle getallen samen (45) en deel door drie rijen. Briefjes om te schuiven helpen echt.

Vragen voor het gesprek:

- Hoe vond je de toversom bij het tweede vierkant?
- Waarom kan 9 niet in het midden?

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Nu heb ik de toversom **verstopt**. Je moet hem eerst zelf vinden. Daarna komt mijn moeilijkste puzzel.

5 Zoek de toversom. Maak dan het toverkwadraat af.

Tip: Is er een rij of kolom die al helemaal vol is?

Toversom: ?

Tel je elke rij, elke kolom en de twee schuine lijnen op, dan krijg je steeds **even veel**. Hoeveel is dat? Dat is de toversom.

	9	14
11	13	15
12		

Antwoord: 16 9 14 / 11 13 15 / 12 17 10 (toversom 39)

Stap voor stap:

1. Rij 2 is helemaal bekend: 11 + 13 + 15 = 39. De toversom is 39.

2. Rij 1: 39 – 9 – 14 = 16.

3. Kolom 2: 39 – 9 – 13 = 17.

4. Kolom 3: 39 – 14 – 15 = 10.

Tips achterin het boekje:

- **5a** Je weet de toversom nog niet. Is er al een lijn helemaal vol?
- **5b** Tel rij 2 op.

6 Zoek de toversom. Maak dan het toverkwadraat af.

Tip: Geen enkele rij of kolom is vol. Kijk eens schuin!

Toversom: ?

Tel je elke rij, elke kolom en de twee schuine lijnen op, dan krijg je steeds **even veel**. Hoeveel is dat? Dat is de toversom.

9		7
	10	
13		11

Antwoord: 9 14 7 / 8 10 12 / 13 6 11 (toversom 30)

Stap voor stap:

1. De schuine lijn van linksboven is helemaal bekend: 9 + 10 + 11 = 30. De toversom is 30.

2. Rij 1: 30 – 9 – 7 = 14.

3. Kolom 3: 30 – 7 – 11 = 12.

4. Rij 3: 30 – 13 – 11 = 6.

5. Kolom 1: 30 – 9 – 13 = 8.

Tips achterin het boekje:

- **6a** Je weet de toversom nog niet. Is er al een lijn helemaal vol?
- **6b** Tel de schuine lijn van linksboven op.

Veelgemaakte fouten:

- Denkt dat de toversom niet te vinden is, omdat er geen rij of kolom vol is. De schuine lijn 9 + 10 + 11 is wel vol.

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Nu mijn moeilijkste. Je krijgt de getallen **1 tot en met 9**. Elk getal moet er precies één keer in. Twee staan er al.

7 Tel de getallen 1 tot en met 9 op. Probeer het slim!

Tip: 1 + 9 = 10. En 2 + 8?

Antwoord: 45

Uitwerking: Slim: 1 + 9, 2 + 8, 3 + 7 en 4 + 6 zijn vier keer 10. Met 5 erbij is het 45.

Noor *precies, rekent alles na*

Alle getallen samen zijn 45. En die zitten in **drie rijen** die allemaal even veel zijn...

8 Hoeveel is elke rij dan samen?

Antwoord: 15

Uitwerking: 45 verdelen over 3 rijen: 15 + 15 + 15 = 45. Dus de toversom is 15.

Doorvragen:

- Hoe weet je dat het niet 14 of 16 kan zijn?

9 Leg de getallen in het toverkwadraat.

Tip: Welk getal past in de bovenste rij? Probeer daarna een getal in het midden.

Toversom: 15 Tel je elke rij, elke kolom en de twee schuine lijnen op, dan krijg je steeds **15**.

Deze getallen moeten erin, elk één keer:

1 3 4 5 6 8 9

2	7	

Antwoord: 2 7 6 / 9 5 1 / 4 3 8

Stap voor stap:

1. Rij 1: 15 – 2 – 7 = 6.

2. Proberen: 5 in rij 2, kolom 2. Daarmee klopt alles.

3. De schuine lijn van linksboven: 15 – 2 – 5 = 8.

4. Kolom 2: 15 – 7 – 5 = 3.

5. Rij 3: 15 – 3 – 8 = 4.

6. Kolom 1: 15 – 2 – 4 = 9.

7. Rij 2: 15 – 9 – 5 = 1.

Tips achterin het boekje:

- **9.1a** Zoek een rij, kolom of schuine lijn waar nog maar één vakje leeg is.
- **9.1b** Kijk naar rij 1.
- **9.1c** Rij 1: 15 – 2 – 7 = 6.
- **9.2a** Hier helpt aftrekken niet meer: in elke lijn zijn nog twee vakjes leeg. Probeer een getal en kijk of alles klopt.
- **9.2b** Probeer eens 5 in rij 2, kolom 2.

Toelichting: Na de bovenste rij helpt aftrekken niet meer; de leerling moet een getal in het midden proberen. Met briefjes gaat dat vlot. Wie eerst iets anders in het midden probeert en vastloopt, leert precies wat de volgende opdracht vraagt.

Sam *snel, maar soms te snel*

Ik wilde eerst **9** in het midden zetten. Dat is het grootste getal, dat leek me sterk!

10 Probeer 9 in het midden. Wat gaat er mis? Leg het uit aan Sam.

Tip: Door het midden gaan vier lijnen. Welke twee getallen moeten dan samen met 9 nog 15 maken?

Toelichting: Een uitleg als "dan worden de lijnen te groot" of "dan moeten de andere getallen heel klein zijn" is voor groep 4 ook sterk.

Beoordelingscriteria:

- Ziet dat elke lijn door het midden dan nog maar 6 moet maken met de twee andere getallen
- Noemt dat er te weinig paren zijn die samen 6 maken (alleen 1 + 5 en 2 + 4), terwijl er vier lijnen door het midden gaan

Extra uitdaging

Hoeveel verschillende toverkwadraten kun je maken met 1 tot en met 9? Tip, draai en spiegel het vierkant van opdracht 9.

Over de extra uitdaging

Er zijn er acht. Ze zijn allemaal hetzelfde vierkant, gedraaid of gespiegeld. 5 staat altijd in het midden en de even getallen staan altijd in de hoeken.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Toverkwadraten maken · 45 min

Van oplossen naar maken. Eerst ontdekt de leerling twee trucs: bij elk getal hetzelfde optellen, of alles keer 2. Daarmee maakt de leerling van een bekend toverkwadraat een nieuw toverkwadraat, en daarna een puzzel voor een klasgenoot.

Vragen voor het gesprek:

- Waarom wordt de toversom 3 groter als je bij elk getal 1 optelt?
- Kon je klasgenoot je puzzel oplossen? Was er maar één antwoord?

Sam *snel, maar soms te snel*

Ik wil zelf een toverkwadraat maken. Maar dat is zo moeilijk! Kan het niet met een trucje?

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Jazeker. Neem een toverkwadraat dat je al hebt, en verander **elk** getal op dezelfde manier.

11 In een toverkwadraat met toversom 15 tel je bij elk getal 1 op. Wat wordt de nieuwe toversom?

A 15

B 16

C 18

D 24

> **Antwoord:** C (18)
>
> **Uitwerking:** In elke lijn staan drie getallen, die worden elk 1 groter: 15 + 3 = 18.
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - 16: de leerling telt er maar één keer 1 bij.
> - 24: de leerling telt er 9 bij, voor alle getallen samen.

12 Nu doe je elk getal keer 2. Wat wordt de toversom? Kijk ook eens naar het vierkant van opdracht 4.

> **Antwoord:** 30
>
> **Uitwerking:** Elke lijn wordt twee keer zo groot: 15 + 15 = 30. Het vierkant van opdracht 4 is het vierkant van opdracht 2, keer 2.

13 Neem het toverkwadraat van opdracht 1. Tel bij elk getal 20 op en schrijf je nieuwe toverkwadraat in de tabel. Schrijf ook de toversom op.

> **Uitwerking:**
>
> - 22 27 26
> - 29 25 21
> - 24 23 28
> - Toversom 15 + 60 = 75
>
> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Alle negen getallen zijn 20 groter
> - De toversom klopt (75) en de leerling heeft minstens één lijn nagerekend

14 Maak een toverkwadraat-puzzel voor een klasgenoot. Kies een toverkwadraat en een truc. Teken het vierkant en laat drie vakjes leeg. Schrijf de toversom erbij.

Tip: Controleer of je klasgenoot elk leeg vakje kan vinden. Is er steeds een lijn met maar één leeg vakje?

Toelichting: Laat een klasgenoot de puzzel echt oplossen. Kan het niet, bespreek dan samen waarom.

Beoordelingscriteria:

- Het vierkant is een echt toverkwadraat (alle acht lijnen kloppen)
- De drie lege vakjes zijn te vinden door terugrekenen
- De toversom klopt met het vierkant

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Wist je dat de kunstenaar **Albrecht Dürer** al in het jaar 1514 een toverkwadraat van 4 bij 4 tekende? Kijk maar naar de onderste rij...

15 Maak het toverkwadraat van Dürer af. Het is 4 bij 4, en de schuine lijnen tellen ook mee.

Toversom: 34 Tel je elke rij, elke kolom en de twee schuine lijnen op, dan krijg je steeds **34**.

16	3	2	
5		11	8
9	6		12
	15	14	1

Antwoord: 16 3 2 13 / 5 10 11 8 / 9 6 7 12 / 4 15 14 1

Stap voor stap:

1. Rij 1: 34 – 16 – 3 – 2 = 13.

2. Rij 2: 34 – 5 – 11 – 8 = 10.

3. Rij 3: 34 – 9 – 6 – 12 = 7.

4. Rij 4: 34 – 15 – 14 – 1 = 4.

Tips achterin het boekje:

- **15a** Zoek een rij, kolom of schuine lijn waar nog maar één vakje leeg is.
- **15b** Kijk naar rij 1.
- **15c** Rij 1: 34 – 16 – 3 – 2 = 13.

Toelichting: In de onderste rij staat 15 14, het jaartal 1514. Het staat op de gravure Melencolia I.

Doorvragen:

- Zoek vier getallen in het midden die samen ook 34 zijn. (10 + 11 + 6 + 7.) En de vier hoeken? (16 + 13 + 4 + 1.)

Extra uitdaging

In het vierkant van Dürer zijn nog veel meer groepjes van vier die samen 34 maken. Hoeveel vind jij er?

Over de extra uitdaging

Bijvoorbeeld de vier hoeken, de vier middelste vakjes, elk kwart van 2 bij 2 (16 + 3 + 5 + 10) en de middelste twee van de bovenste en onderste rij (3 + 2 + 15 + 14).

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Afbeeldingen: makers en licenties

Notionists (DiceBear) van Zoish (CC0 1.0)