Docentenhandleiding: De Denkclub: op hoeveel manieren?

Groep 4 · rekenen · Combinaties in de ijssalon en op het feest · 135 min

Doelen

- Ik vind alle mogelijkheden zonder er één te vergeten
- Ik maak een lijst, een boom of een tabel met een systeem
- Ik controleer of ik geen dubbele heb
- Ik bedenk zelf een puzzel voor een klasgenoot

Overzicht

Over dit project

Een verrijkingsmodule in drie delen voor snelle rekenaars in groep 4, over **combinaties**: op hoeveel manieren kan iets? In de ijssalon, bij outfits voor een feestje, met getalkaartjes, handjes geven, sjoelen en blokken bouwen.

Het rekenwerk is licht: tellen en optellen tot 30. Nieuw is het **systematisch werken**: een lijst, een boom of een tabel maken zodat je niets vergeet, controleren op dubbele, en zelf ontdekken dat het aantal ook uit te rekenen is (bij elke smaak 2 bekers, dus 2 + 2 + 2). Leer de leerling **geen** formule; laat hem de structuur zelf zien.

Snelle leerlingen tellen vaak te snel en vertrouwen op hun gevoel. Hier leren ze dat een systeem betrouwbaarder is dan snel zijn. Dat sluit aan bij conceptkerndoel **15A probleemoplossen** (heuristieken: lijst en tabel maken, en nadenken over je aanpak), **13 patronen en verbanden** en **17 wiskundige attitude** (kritisch kijken naar de oplossing van een ander).

De vaste personages van de Denkclub: **Professor Pi** (opent elk deel), **Sam** (snel, maar soms te snel) en **Noor** (precies, rekent alles na).

Materialen

- Potlood en gum
- Kladpapier
- Voor de getalkaartjes: drie kaartjes met 1, 2 en 3 (om te schuiven)
- Voor het sjoelen: 5 fiches of knopen als sjoelstenen

Voorbereiding

- Elk deel duurt ongeveer 45 minuten en past in de tijd die vrijkomt door het compacten.
- Maak voor de getalkaartjes drie kaartjes met 1, 2 en 3, of laat de leerling ze zelf maken.
- Leg voor het sjoelen vijf fiches of knopen klaar. Een echte sjoelbak is leuk, maar niet nodig.

Introductie

Vraag: je mag een ijsje kiezen. Er zijn 3 smaken en je kiest een hoorntje of een bakje. Hoeveel verschillende ijsjes zijn er? Laat de leerling eerst gokken en schrijf de gok op. Vertel dat de Denkclub dat precies gaat uitzoeken. Klopt de gok straks?

Differentiatie

- Snel klaar: de extra uitdaging aan het eind van elk deel.
- Vastlopen hoort erbij. Vraag: welke heb je al? Hoe weet je dat je er geen vergeten bent? Begin eens met alles van één smaak.
- Moeite met schrijven: laat de leerling afkortingen gebruiken (A voor aardbei, H voor hoorntje).

Beoordeling

De aantallen en keuzevragen worden automatisch nagekeken. De lijsten, de boom en de zelfgemaakte puzzel beoordeelt u met de criteria in deze handleiding. Kijk vooral naar het **systeem**: staat de lijst in een slimme volgorde, of op goed geluk? Een volledige lijst zonder systeem is minder waard dan een lijst met systeem waar er één mist.

Notities

Het gesprek na elk deel is belangrijker dan het nakijken. Vraag steeds: hoe weet je zeker dat je ze allemaal hebt? Kan het ook anders?

De ijssalon · 45 min

Combinaties van twee keuzes. De leerling maakt een lijst van alle ijsjes, ontdekt dat 3 + 2 niet klopt, zoekt een dubbele in de lijst van Sam en tekent een boom voor outfits. Het doel: een systeem gebruiken (eerst alle ijsjes met aardbei, dan alle met chocolade ...).

Vragen voor het gesprek:

- In welke volgorde heb je de ijsjes opgeschreven? Waarom zo?
- Hoe vond je het ijsje dat Sam twee keer had?

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Welkom bij de Denkclub! Vandaag gaan we naar de ijssalon. Daar moet je kiezen. En wie kiest, wil weten **op hoeveel manieren** het kan.

Kies een smaak	Kies hoe je het eet
Aardbei	In een hoorntje
Chocolade	In een bakje
Vanille	

Je kiest één smaak en een hoorntje of een bakje.

Sam *snel, maar soms te snel*

Makkelijk! Drie smaken en twee soorten. 3 + 2 = 5. Er zijn 5 verschillende ijsjes.

Noor *precies, rekent alles na*

Hmm. Ik schrijf ze liever allemaal op. Dan weet ik het zeker.

1 Schrijf alle verschillende ijsjes op. Begin met alle ijsjes met aardbei.

Tip: Je mag afkorten. A is aardbei, H is hoorntje, B is bakje.

Uitwerking:

- Aardbei in een hoorntje, aardbei in een bakje
- Chocolade in een hoorntje, chocolade in een bakje
- Vanille in een hoorntje, vanille in een bakje

Toelichting: Er zijn 8 regels, dus 2 blijven leeg. Dat is expres, zodat het aantal regels het antwoord niet verraadt.

Beoordelingscriteria:

- Alle 6 ijsjes staan erin, zonder dubbele (aardbei, chocolade en vanille, elk in een hoorntje en in een bakje)
- Er zit een systeem in de volgorde (per smaak, of per hoorntje en bakje)

2 Hoeveel verschillende ijsjes zijn er?

Antwoord: 6

3 Waarom klopt 3 + 2 = 5 van Sam niet?

A Elke smaak kan in een hoorntje **en** in een bakje. Dus 2 + 2 + 2.

B Sam is een smaak vergeten.

C Het klopt wel. Het zijn er 5.

Antwoord: A (Elke smaak kan in een hoorntje **en** in een bakje. Dus 2 + 2 + 2.)

Doorvragen:

- Hoe zie je 2 + 2 + 2 terug in je lijst?

Sam *snel, maar soms te snel*

Oké, ik heb ook een lijst gemaakt. Het zijn er 6, net als bij Noor. Klaar!

De lijst van Sam	Smaak	Hoorntje of bakje
1	Aardbei	Hoorntje
2	Chocolade	Bakje
3	Vanille	Hoorntje
4	Chocolade	Hoorntje
5	Aardbei	Hoorntje
6	Vanille	Bakje

Noor *precies, rekent alles na*

Wacht even, Sam. Zes regels wil nog niet zeggen dat je alle ijsjes hebt. Zit er geen dubbele in?

4 Welk ijsje staat twee keer in de lijst van Sam?

A Aardbei in een hoorntje

B Chocolade in een bakje

C Vanille in een bakje

> **Antwoord:** A (Aardbei in een hoorntje)

5 Welk ijsje is Sam vergeten?

A Chocolade in een hoorntje

B Vanille in een hoorntje

C Aardbei in een bakje

> **Antwoord:** C (Aardbei in een bakje)
>
> **Doorvragen:**
>
> - Hoe had Sam de dubbele kunnen voorkomen? (Een vaste volgorde, bijvoorbeeld per smaak.)

De ijssalon krijgt een nieuwe smaak erbij, **pistache**. Nu zijn er vier smaken.

6 Hoeveel verschillende ijsjes zijn er nu?

Tip: Hoeveel nieuwe ijsjes komen erbij door de pistache?

> **Antwoord:** 8
>
> **Uitwerking:** Er komen 2 ijsjes bij (pistache in een hoorntje en in een bakje). 6 + 2 = 8, of 2 + 2 + 2 + 2.
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - 7: de leerling telt er maar één ijsje bij.

Wat trekt Sam aan?

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Sam gaat naar een feestje. Hij heeft **3 shirts** (rood, blauw en geel) en **2 broeken** (een spijkerbroek en een korte broek).

Een **outfit** is één shirt met één broek.

Zo teken je een boom

- Schrijf links onder elkaar de twee broeken.
- Trek van elke broek drie takjes naar rechts.
- Schrijf aan het eind van elk takje een shirt.

Elk takje is één outfit. Tel de takjes aan het eind.

7 Teken een boom met alle outfits van Sam.

> **Uitwerking:** Twee takken (spijkerbroek, korte broek), aan elk drie takjes (rood, blauw, geel). Samen 6 eindjes.

Beoordelingscriteria:

- De boom begint met de twee broeken en heeft bij elke broek drie shirts
- Alle 6 outfits zijn te zien, zonder dubbele

8 Hoeveel verschillende outfits kan Sam maken?

Antwoord: 6

Veelgemaakte fouten:

- 5: de leerling telt 3 + 2, net als Sam bij de ijsjes.

9 Sam kan ook nog kiezen. Hij doet een pet op, of hij doet geen pet op. Hoeveel verschillende outfits zijn er nu?

Tip: Aan het eind van elk takje kun je nog twee takjes tekenen.

Antwoord: 12

Uitwerking: Elke outfit kan met pet en zonder pet. Dus twee keer zoveel. 6 + 6 = 12.

Veelgemaakte fouten:

- 7: de leerling telt er één outfit bij (de pet).
- 8: de leerling telt er 2 bij (met en zonder pet).

Doorvragen:

- Wat gebeurt er met je boom als er nog een keuze bij komt?

Extra uitdaging

De ijssalon heeft vier smaken. Je kiest een hoorntje of een bakje. En je kiest **met of zonder slagroom**. Hoeveel verschillende ijsjes zijn er nu?

Over de extra uitdaging

16. Zonder slagroom zijn er 8 ijsjes (zie pistache). Elk ijsje kan met en zonder slagroom, dus 8 + 8 = 16.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Getallen, rijtjes en handjes · 45 min

Volgorde doet ertoe (getallen, een rij voor de foto) en volgorde doet er níet toe (handjes geven). De leerling merkt dat de getallen en de foto allebei 6 geven, omdat het allebei drie dingen in een rij zijn. Bij de handjes telt Sam elke handdruk dubbel. Schuifkaartjes 1, 2, 3 helpen.

Vragen voor het gesprek:

- Waarom zijn het er bij de getallen en bij de foto allebei 6?
- Waarom is Sam-Noor dezelfde handdruk als Noor-Sam, maar is 12 een ander getal dan 21?

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Ik heb drie kaartjes, met **1**, **2** en **3**. Leg ze naast elkaar en je hebt een getal, bijvoorbeeld **123**. Je gebruikt alle drie de kaartjes, elk één keer.

10 Schrijf alle getallen op die je kunt maken met de drie kaartjes. Zet ze in een slimme volgorde.

Tip: Begin met alle getallen die met een 1 beginnen.

Uitwerking: 123, 132, 213, 231, 312, 321 (van klein naar groot).

Beoordelingscriteria:

- Alle 6 getallen, zonder dubbele (123, 132, 213, 231, 312, 321)
- Er zit een systeem in (bijvoorbeeld van klein naar groot, of per eerste kaartje)

11 Hoeveel verschillende getallen kun je maken?

Antwoord: 6

Noor *precies, rekent alles na*

Ik zie iets! Er zijn 2 getallen die met een 1 beginnen. En 2 die met een 2 beginnen. En 2 die met een 3 beginnen.

Sam, Noor en Professor Pi gaan op de foto. Ze staan naast elkaar op een rij.

12 Op hoeveel verschillende manieren kunnen ze op een rij staan?

Tip: Wie staat er links? Schrijf op kladpapier S, N en P.

Antwoord: 6

Uitwerking: SNP, SPN, NSP, NPS, PSN, PNS. Voor links zijn er 3 keuzes, daarna nog 2.

13 Bij de foto en bij de getallen zijn er allebei 6 manieren. Waarom?

A Dat is toeval.

B Allebei zet je drie dingen op een rij.

C Omdat 3 + 3 = 6.

> **Antwoord:** B (Allebei zet je drie dingen op een rij.)
>
> **Doorvragen:**
>
> - Als Sam 1 is, Noor 2 en Pi 3, welk getal is de foto SNP dan? (123)

Op weg naar het feest

Van huis naar de ijssalon zijn **drie paden**: langs het bos, over de brug of door de straat.

Van de ijssalon naar het feest zijn ook **drie paden**: langs de vijver, door het park of over het plein.

14 Hoeveel verschillende routes zijn er van huis naar het feest?

Tip: Schrijf eerst alle routes op die langs het bos beginnen.

> **Antwoord:** 9
>
> **Uitwerking:** Langs het bos: 3 routes (vijver, park, plein). Over de brug: 3. Door de straat: 3. Samen 3 + 3 + 3 = 9.
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - 6: de leerling telt de paden op (3 + 3) in plaats van de routes.

15 Noor zegt dat je de routes ook kunt uitrekenen, zonder ze allemaal op te schrijven. Hoe doe je dat? Leg uit.

> **Toelichting:** Een leerling die de tafel van 3 noemt, verdient een compliment. Maar 3 + 3 + 3 is net zo goed.
>
> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Ziet dat bij elk pad naar de ijssalon drie paden naar het feest horen
> - Schrijft een passende som, zoals 3 + 3 + 3 = 9 of 3 × 3 = 9

Handjes geven

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Op het feest zijn **vier kinderen**, Sam, Noor, Ravi en Fleur. Iedereen geeft iedereen één keer een hand.

Sam *snel, maar soms te snel*

Iedereen geeft 3 handen. Er zijn 4 kinderen. 3 + 3 + 3 + 3 = 12 handdrukken!

16 Schrijf alle handdrukken op. Gebruik S, N, R en F.

Tip: Begin met alle handdrukken van Sam. Welke handdrukken heeft Noor dan nog?

Uitwerking: S-N, S-R, S-F, N-R, N-F, R-F.

Beoordelingscriteria:

- Alle 6 handdrukken, zonder dubbele (S-N, S-R, S-F, N-R, N-F, R-F). S-N en N-S is dezelfde.
- Er zit een systeem in (eerst alle van Sam, dan de nieuwe van Noor, dan van Ravi)

17 Hoeveel handdrukken zijn er?

Antwoord: 6

18 Waarom telt Sam er te veel?

A Hij is een kind vergeten.

B Hij telt elke handdruk twee keer. Sam geeft Noor een hand, en Noor geeft Sam een hand. Dat is dezelfde handdruk.

C Professor Pi geeft ook handen.

Antwoord: B (Hij telt elke handdruk twee keer. Sam geeft Noor een hand, en Noor geeft Sam een hand. Dat is dezelfde handdruk.)

19 Er komt nog een kind op het feest. Nu zijn er vijf kinderen. Hoeveel handdrukken zijn er nu?

Tip: Hoeveel handen moet het nieuwe kind geven?

Antwoord: 10

Uitwerking: Het nieuwe kind geeft 4 handen. De 6 van eerst blijven. 6 + 4 = 10. Of 4 + 3 + 2 + 1 = 10.

Veelgemaakte fouten:

- 12: de leerling verdubbelt (zoals bij de pet).
- 20: de leerling rekent zoals Sam, 5 keer 4.

Doorvragen:

- En met zes kinderen? Zie je een patroon? (1, 3, 6, 10, 15)

Extra uitdaging

Je mag nu elk kaartje **zo vaak gebruiken als je wilt**. Dus 111 en 112 mogen ook. Hoeveel getallen van drie cijfers kun je maken met 1, 2 en 3?

Over de extra uitdaging

27. Er zijn 9 getallen die met een 1 beginnen (111, 112, 113, 121 … 133), 9 met een 2 en 9 met een 3. Samen 9 + 9 + 9 = 27.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Sjoelen en bouwen · 45 min

Nu is er geen vaste vermenigvuldiging meer: de leerling zoekt alle oplossingen van een puzzel met een tabel. De truc is ordenen, bij het sjoelen bijvoorbeeld op het aantal stenen in vak 1. Daarna kijkt de leerling terug op lijst, boom en tabel, en maakt een eigen puzzel.

Vragen voor het gesprek:

- Hoe wist je zeker dat er geen vijfde manier is bij het sjoelen?
- Kon je klasgenoot jouw puzzel oplossen? Vond die alle manieren?

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

De Denkclub gaat sjoelen! Onze sjoelbak heeft **vier vakken**. Een steen in vak 1 is 1 punt, in vak 2 is 2 punten, in vak 3 is 3 punten en in vak 4 is 4 punten.

De sjoelpuzzel

- Je hebt **5 stenen**.
- Alle 5 stenen komen in een vak.
- Samen moet het **9 punten** zijn.

Op hoeveel manieren kan dat? Je mag fiches of knopen gebruiken om het na te spelen.

Sam *snel, maar soms te snel*

Ik heb er al twee! 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9. En 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 9.

Noor *precies, rekent alles na*

Ik kijk liever hoeveel stenen er in elk vak liggen. Bij allebei ligt er 1 steen in vak 1 en liggen er 4 stenen in vak 2.

20 Heeft Sam twee verschillende manieren gevonden?

A Ja, de getallen staan in een andere volgorde.

B Nee, het is dezelfde manier. In elk vak liggen evenveel stenen.

Antwoord: B (Nee, het is dezelfde manier. In elk vak liggen evenveel stenen.)

21 Zoek alle manieren om met 5 stenen 9 punten te maken. Schrijf in elk vak hoeveel stenen erin liggen.

Tip: Ordenen helpt. Zoek eerst alle manieren met 1 steen in vak 1. Dan met 2 stenen in vak 1. Enzovoort.

> **Uitwerking:** Stenen in vak 1, 2, 3, 4:
>
> - 1, 4, 0, 0 (1 + 2 + 2 + 2 + 2)
> - 2, 2, 1, 0 (1 + 1 + 2 + 2 + 3)
> - 3, 1, 0, 1 (1 + 1 + 1 + 2 + 4)
> - 3, 0, 2, 0 (1 + 1 + 1 + 3 + 3)
>
> **Toelichting:** Zonder steen in vak 1 kan het niet (5 stenen van minstens 2 punten is minstens 10). Met 4 stenen in vak 1 ook niet (de laatste steen zou 5 punten moeten zijn).
>
> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Alle 4 manieren, zonder dubbele (stenen in vak 1, 2, 3, 4 is 1-4-0-0, 2-2-1-0, 3-1-0-1 en 3-0-2-0)
> - In elke regel zijn het 5 stenen en 9 punten
> - Er zit een systeem in (bijvoorbeeld op het aantal stenen in vak 1)

22 Op hoeveel manieren kun je met 5 stenen 9 punten maken?

> **Antwoord:** 4
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - Meer dan 4: de leerling telt dezelfde manier in een andere volgorde dubbel, zoals Sam.

De bouwwinkel

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Bij de bouwwinkel kun je blokken kopen voor een toren. Ik wil een toren van **precies 10 euro**.

Blok	Prijs
Klein blok	€ 2
Middelgroot blok	€ 3
Groot blok	€ 5

Van elk blok mag je er zoveel kopen als je wilt. De volgorde in de toren maakt niet uit.

23 Zoek alle torens van precies 10 euro. Schrijf op hoeveel blokken van elke soort je koopt.

Tip: Begin met de grote blokken. Hoeveel grote blokken passen er? En dan?

Uitwerking: Blokken van 2, 3 en 5 euro:

- 0, 0, 2 (5 + 5)
- 1, 1, 1 (2 + 3 + 5)
- 2, 2, 0 (2 + 2 + 3 + 3)
- 5, 0, 0 (2 + 2 + 2 + 2 + 2)

Veelgemaakte fouten:

- Schrijft 3 + 3 + 3 + 1. Er is geen blok van 1 euro.

Beoordelingscriteria:

- Alle 4 torens, zonder dubbele (5 + 5, 2 + 3 + 5, 2 + 2 + 3 + 3 en 2 + 2 + 2 + 2 + 2)
- Elke toren kost precies 10 euro
- Er zit een systeem in (bijvoorbeeld op het aantal grote blokken)

24 Hoeveel verschillende torens van 10 euro zijn er?

Antwoord: 4

25 Wat helpt jou het best om geen manier te vergeten? Een lijst, een boom of een tabel? Leg uit waarom.

Toelichting: Er is geen goed of fout antwoord. Het gaat erom dat de leerling nadenkt over de eigen aanpak (conceptkerndoel 15A).

Beoordelingscriteria:

- Kiest een manier en geeft een reden die over vergeten of dubbel tellen gaat
- Noemt een voorbeeld uit het boekje waar die manier hielp

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Je bent nu een echte Denkclub-teller! Bedenk zelf een puzzel. Kan je klasgenoot alle manieren vinden?

26 Maak zelf een op-hoeveel-manieren-puzzel voor een klasgenoot. Kies zelf waarover, bijvoorbeeld ijsjes, kleren, sjoelen of blokken. Schrijf of teken de puzzel hier.

Tip: Zoek eerst zelf alle manieren op kladpapier. Zijn het er niet te veel? Tussen 3 en 10 is fijn.

Toelichting: Laat een klasgenoot de puzzel echt oplossen. Vond die minder manieren? Laat de leerling dan uitleggen hoe je ze allemaal vindt.

Beoordelingscriteria:

- De puzzel is duidelijk en op te lossen
- De leerling heeft zelf alle manieren gevonden, met een systeem
- Het aantal bij de volgende vraag klopt met de puzzel

27 Hoeveel manieren zijn er bij jouw puzzel?

Uitwerking: Geen vast antwoord. Controleer of het aantal klopt met de puzzel.

Extra uitdaging

Professor Pi wil nu een toren van **precies 12 euro**, met dezelfde blokken van 2, 3 en 5 euro. Hoeveel verschillende torens zijn er?

Over de extra uitdaging

5 torens:

- 5 + 5 + 2
- 5 + 3 + 2 + 2
- 3 + 3 + 3 + 3
- 3 + 3 + 2 + 2 + 2
- 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Afbeeldingen: makers en licenties

Notionists (DiceBear) van Zoish (CC0 1.0)

Fluent Emoji van Microsoft Corporation (MIT): ice cream, t shirt, camera, handshake, brick