Docentenhandleiding: De Denkclub: getallen van vroeger

Groep 4 · rekenen · Getallen en plaatswaarde · 135 min

Doelen

- Ik kan getallen lezen en schrijven met turven, Egyptische tekens en Romeinse cijfers
- Ik zoek fouten en leg uit wat er mis is
- Ik ontdek waarom onze cijfers zo handig zijn
- Ik bedenk zelf een getalsysteem

Overzicht

Over dit project

Een verrijkingsmodule in drie delen voor snelle rekenaars in groep 4. De leerling onderzoekt hoe mensen vroeger getallen schreven: met **turven**, met **Egyptische tekens** (streepje, hielbeen, touw) en met **Romeinse cijfers** (I, V, X, L, C). Daarna vergelijkt de leerling de systemen met onze cijfers en bedenkt zelf een getalsysteem.

Het rekenwerk blijft bij getallen tot 100. Nieuw is het denkwerk: door andere systemen te bekijken, gaat de leerling **plaatswaarde** echt begrijpen. Waarom hebben wij een 0 nodig en de Egyptenaren niet? Waarom is 23 iets anders dan 32? Waarom ruil je 10 eenheden voor 1 tiental? De leerling analyseert (fouten van Sam), beoordeelt (welk systeem is het handigst?) en creëert (een eigen systeem). Dat sluit aan bij de conceptkerndoelen over getalbegrip, *wiskundig probleemoplossen* (15A) en *wiskundige attitude* (17): kritisch kijken naar je eigen en andermans manier.

De vaste personages van de Denkclub: **Professor Pi** (opent elk deel), **Sam** (snel, maar soms te snel) en **Noor** (precies, rekent alles na).

Materialen

- Potlood en gum
- Kladpapier
- Bij Romeinse cijfers: ongeveer 12 lucifers zonder kop, ijsstokjes of wattenstaafjes
- Handig: een foto van een klok met Romeinse cijfers

Voorbereiding

- Elk deel duurt ongeveer 45 minuten.
- Leg voor het deel over Romeinse cijfers de stokjes klaar.
- Aan het eind leest een klasgenoot de getallen in het zelfbedachte systeem van de leerling. Spreek af wie dat doet.

Introductie

Schrijf 23 en 32 op het bord. Vraag: dezelfde cijfers, maar een ander getal. Hoe kan dat? Vertel dat mensen vroeger heel andere tekens gebruikten en dat de leerling gaat ontdekken waarom onze manier zo slim is. Lees samen de eerste bladzijde.

Differentiatie

- Snel klaar: de extra uitdaging aan het eind van elk deel.
- Vastlopen hoort erbij. Vraag: wat is elk teken waard? Tel je de tekens op of trek je er een af?
- Moeite met lezen: lees de tekst van de personages voor; de opdrachten zelf zijn kort.
- Tellen van veel tekens is lastig: laat de leerling elk teken afstrepen met een stip op kladpapier.

Beoordeling

De getallen, Romeinse cijfers en keuzevragen worden automatisch nagekeken. De tabellen, de uitleg en het eigen getalsysteem beoordeelt u met de criteria in deze handleiding. Kijk vooral naar de uitleg bij de nul en bij de vergelijking: ziet de leerling dat bij ons de **plek** van een cijfer bepaalt wat het waard is?

Notities

Het gesprek na elk deel is belangrijker dan het nakijken. Vraag steeds "hoe weet je dat?" en "kan het ook anders?".

Turven en Egyptische tekens · 45 min

Twee systemen zonder plaatswaarde. Bij turven is elk streepje 1, in bosjes van vijf om sneller te tellen. Bij de Egyptenaren heeft elk teken een eigen waarde (1, 10, 100) en je telt alles op. De volgorde maakt niet uit en een nul is niet nodig. Dat contrast met onze cijfers is de kern van dit deel.

Vragen voor het gesprek:

- Waarom is ||| ∩∩ bij de Egyptenaren 23 en niet 32?
- Waarom hebben wij wel een nul nodig?

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Welkom bij de Denkclub! Lang geleden had niemand onze cijfers 1, 2, 3. Hoe schreven mensen toen getallen op? Dat gaan we samen onderzoeken.

Turven

Het oudste systeem is **turven**. Voor elk ding zet je één streepje. Bij vijf zet je een schuine streep door de vier streepjes. Dat is een **bosje van vijf**.

Getal	Turven
1	|
3	|||
5	𝍸
7	𝍸 ||
10	𝍸 𝍸

Een bosje van vijf: vier streepjes met een schuine streep erdoor.

1 Hoeveel is dit getal?

𝍸 𝍸 𝍸 |||

Antwoord: 18

Uitwerking: Drie bosjes: 5, 10, 15. Plus 3 losse streepjes: 18.

2 Noor turft 23 knikkers. Hoeveel bosjes van vijf zet ze?

Tip: Tel in sprongen van 5. Hoe ver kom je voordat je over 23 gaat?

> **Antwoord:** 4
>
> **Uitwerking:** 5, 10, 15, 20: vier bosjes. Daarna nog 3 losse streepjes.
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - 5: de leerling rondt naar boven af. Een vijfde bosje is niet vol.

Sam *snel, maar soms te snel*

Bosjes van vijf zijn handig. Dan heb je **minder streepjes** nodig!

Noor *precies, rekent alles na*

Dat klopt niet. Het zijn **evenveel** streepjes. Maar je kunt wel sneller tellen. 5, 10, 15, 20 ...

3 Wie heeft gelijk?

A Sam, want met bosjes heb je minder streepjes

B Noor, want het zijn evenveel streepjes, maar je telt sneller

> **Antwoord:** B (Noor, want het zijn evenveel streepjes, maar je telt sneller)
>
> **Uitwerking:** Een bosje 𝍸 heeft ook vijf streepjes: vier rechte en één schuine. Je hebt er dus niet minder, maar je kunt in sprongen van vijf tellen.
>
> **Doorvragen:**
>
> - Waar zie je bij onze cijfers ook bosjes? (Tientallen, bosjes van tien.)

Egyptische tekens

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Ruim 5000 jaar geleden schreven de Egyptenaren met plaatjes. Voor getallen hadden ze drie tekens.

Teken	Wat is het?	Waarde
𓏺	een streepje	**1**
𓎆	een hielbeen (dat lijkt op een boog)	**10**
𓍢	een opgerold touw	**100**

De drie tekens die de Egyptenaren voor getallen gebruikten.

Zo lees je Egyptische getallen

Tel alle tekens bij elkaar op. Twee hielbeenderen en drie streepjes is 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 23.

∩∩ |||

4 Welk getal is dit?

∩∩∩∩ |||||

> **Antwoord:** 45

5 Welk getal is dit?

∩∩∩∩∩ ∩∩ ||

> **Antwoord:** 72
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - 9: de leerling telt alleen het aantal tekens.

6 Schrijf de getallen met Egyptische tekens.

> **Uitwerking:**
>
> - 14: ∩ ||||
> - 30: ∩∩∩
> - 52: ∩∩∩∩∩ ||
> - 89: ∩∩∩∩∩ ∩∩∩ ||||| ||||
> - 100: één touw 𓍢
>
> **Toelichting:** De volgorde van de tekens mag anders, dat maakt bij de Egyptenaren niet uit.
>
> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Het aantal ∩ en | klopt bij elk getal
> - Bij 100 gebruikt de leerling één touw, niet tien keer ∩

7 Welk getal is het grootst?

A ∩ |||| |||||

B ∩∩

C |||| |||| ||||

> **Antwoord:** B (∩∩)
>
> **Uitwerking:** A is 19, B is 20 en C is 12. Het getal met de minste tekens is het grootst.
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - A of C: de leerling denkt dat meer tekens een groter getal is.

8 Hoeveel Egyptische tekens heb je nodig om 99 te schrijven?

Tip: Hoeveel ∩ heb je nodig? En hoeveel |?

> **Antwoord:** 18
>
> **Uitwerking:** 99 is 9 tientallen en 9 eenheden: 9 keer ∩ en 9 keer |, samen 18 tekens. Voor 100 heb je maar één teken nodig!
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - 2: de leerling denkt aan onze cijfers (twee negens).
> - 99: de leerling denkt aan turven.

|||∩∩

Sam *snel, maar soms te snel*

Kijk: ||| ∩∩ is 32. Eerst komt de 3 en dan de 2.

Noor *precies, rekent alles na*

Nee hoor. Bij de Egyptenaren is elk teken altijd evenveel waard. Waar het staat, maakt niet uit.

9 Welk getal is ||| ∩∩?

A 32

B 23

C 5

> **Antwoord:** B (23)
>
> **Uitwerking:** Drie streepjes (3) en twee hielbeenderen (20): 23. Bij ons is 32 iets anders dan 23, bij de Egyptenaren niet.
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - 32: de leerling leest het als onze cijfers, waar de plek telt.
> - 5: de leerling telt alleen de tekens.

In ons getal **40** staat een 0. Die nul is heel belangrijk. Zonder nul staat er 4.

10 De Egyptenaren hadden geen teken voor nul. Waarom hadden ze dat niet nodig? Leg het uit.

Tip: Schrijf 40 en 4 met Egyptische tekens. Zie je het verschil, zonder nul?

> **Uitwerking:** 40 is ∩∩∩∩ en 4 is ||||. Het teken zelf laat zien of het tientallen of eenheden zijn. Bij ons zijn het dezelfde cijfers: de 0 zet de 4 op de plek van de tientallen.
>
> **Toelichting:** Een uitleg als "ze hebben een apart teken voor tien" is voor groep 4 al sterk. Het woord plaatswaarde hoeft niet.
>
> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Ziet dat 40 en 4 bij de Egyptenaren andere tekens hebben (∩ en |)
> - Legt uit dat bij ons de nul de 4 op de goede plek zet (de plek van de tientallen)

Extra uitdaging

Welke getallen kun je schrijven met precies **drie** Egyptische tekens? Zoek ze allemaal. Wat valt je op?

Over de extra uitdaging

Tot 100 zijn het er vier: 3 (|||), 12 (∩ ||), 21 (∩∩ |) en 30 (∩∩∩). De twee cijfers zijn samen steeds 3. Wie het touw gebruikt, vindt er nog meer, zoals 102, 111, 120 en 300.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Romeinse cijfers · 45 min

De Romeinen tellen op, maar met een min-regel: een kleiner teken vóór een groter teken gaat eraf (IV, IX, XL, XC). Daardoor telt de plek voor het eerst een beetje mee: VI is iets anders dan IV. De leerling leest, schrijft, zoekt fouten van Sam en lost stokjespuzzels op. Houd het bij deze vier min-paren; IC voor 99 mag niet.

Vragen voor het gesprek:

- Waarom is IIII voor 4 niet goed, en IV wel?
- Welke fout van Sam vond je het moeilijkst om te zien?

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Zo'n 2000 jaar geleden schreven de Romeinen getallen met letters. Je ziet ze nog steeds, op klokken en op oude gebouwen.

Romeins	I	V	X	L	C
Waarde	1	5	10	50	100

Zo lees je Romeinse cijfers

- De tekens staan van groot naar klein.
- Tel ze op. XVI is 10 + 5 + 1 = 16.
- Er staan nooit meer dan drie dezelfde tekens naast elkaar.

11 Welk getal is XVII?

Antwoord: 17

12 Schrijf 28 met Romeinse cijfers.

Antwoord: XXVIII

Uitwerking: 28 = 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = XXVIII.

13 Schrijf 65 met Romeinse cijfers.

Antwoord: LXV

Veelgemaakte fouten:

- XXXXXXV: de leerling vergeet de L voor 50.

Sam *snel, maar soms te snel*

Makkelijk! Dan is 4 dus IIII. En 9 is VIIII.

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Bijna, Sam. Maar dan staan er vier dezelfde tekens naast elkaar. De Romeinen hadden daar een slimme truc voor.

De min-regel

Staat een klein teken **vóór** een groter teken? Dan haal je het eraf.

- IV = 5 – 1 = 4
- IX = 10 – 1 = 9
- XL = 50 – 10 = 40
- XC = 100 – 10 = 90

Alleen deze vier mogen.

14 Welk getal is XIV?

Antwoord: 14

Veelgemaakte fouten:

- 16: de leerling telt de I erbij in plaats van eraf.

15 Welk getal is XLIX?

Tip: Knip het in stukjes. XL en IX.

Antwoord: 49

Uitwerking: XL = 40 en IX = 9. Samen 49.

Veelgemaakte fouten:

- 71: de leerling telt alle tekens op (10 + 50 + 1 + 10).

16 Schrijf 19 met Romeinse cijfers.

Antwoord: XIX

Veelgemaakte fouten:

- XVIIII: vier keer I naast elkaar.
- IXX: de leerling zet de min-regel vooraan.

17 Schrijf 94 met Romeinse cijfers.

Tip: 94 is 90 + 4.

Antwoord: XCIV

Uitwerking: 90 = XC en 4 = IV, dus XCIV.

Veelgemaakte fouten:

- LXXXXIIII: zonder min-regel.

Sam *snel, maar soms te snel*

VI en IV zijn hetzelfde getal. Er staan toch dezelfde tekens in?

Noor *precies, rekent alles na*

Bij de Egyptenaren maakte de volgorde niet uit. Maar bij de Romeinen? Ik reken het na.

18 Zijn VI en IV evenveel?

A Ja, er staan dezelfde tekens in

B Nee, VI is 6 en IV is 4

Antwoord: B (Nee, VI is 6 en IV is 4)

Doorvragen:

- Waar maakt de plek nog meer uit? (Bij onze cijfers, 12 en 21.)

19 Sam heeft zes getallen in Romeinse cijfers geschreven. Welke zijn **fout**? Kleur alle foute.

A 8 = VIII

B 9 = VIIII

C 15 = XV

D 40 = XXXX

E 60 = LX

F 99 = IC

Antwoord: B (9 = VIIII), D (40 = XXXX), F (99 = IC)

Uitwerking:

- 9 = IX (niet vier keer I)

- 40 = XL (niet vier keer X)
- 99 = XCIX (IC is geen van de vier min-paren)

Veelgemaakte fouten:

- Kleurt IC niet, omdat 100 – 1 = 99 wel klopt. Wijs op de regel: alleen IV, IX, XL en XC mogen.

20 Hoe schrijf je 99 wel goed?

Tip: 99 is 90 + 9.

Antwoord: XCIX

Uitwerking: 90 = XC en 9 = IX, dus XCIX.

Stokjespuzzels

Leg Romeinse cijfers met stokjes. Een I is één stokje. Een V is twee stokjes, en een X ook. Een plus en een is-teken zijn ook twee stokjes.

21 Leg VI. Verplaats **één** stokje, zodat je 4 krijgt. Wat heb je gelegd?

Antwoord: IV

Uitwerking: Pak de I rechts van de V weg en leg hem links van de V.

22 Deze som klopt niet: X + I = IX. Verplaats **één** stokje, zodat de som klopt. Schrijf de nieuwe som op.

Tip: Leg de som na met stokjes. Welk stokje staat op een rare plek?

Antwoord: X + I = XI / IX + I = X / X+I=XI / IX+I=X

Uitwerking: Er zijn twee oplossingen:

- X + I = XI: de I van IX gaat naar rechts (10 + 1 = 11).
- IX + I = X: de I van IX gaat naar de eerste X (9 + 1 = 10).

Doorvragen:

- Heb je ook de tweede oplossing gevonden?

23 Hoeveel stokjes heb je nodig om XXVIII te leggen?

Antwoord: 9

Uitwerking: X, X en V zijn elk 2 stokjes (6), de drie I's zijn 3 stokjes. Samen 9.

Veelgemaakte fouten:

- 6: de leerling telt de tekens in plaats van de stokjes.

Extra uitdaging

Welk getal tot 100 is in Romeinse cijfers het **langst**? Hoeveel tekens heeft het?

Over de extra uitdaging

88 = LXXXVIII, 8 tekens. Slim zoeken: bij de tientallen is 80 (LXXX) het langst, bij de eenheden 8 (VIII). Zet ze achter elkaar.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Welk systeem is het handigst? · 45 min

Beoordelen en creëren. De leerling telt op met Egyptische en Romeinse tekens en ontdekt het **ruilen**: tien streepjes worden één ∩, net als tien eenheden één tiental worden. Daarna vergelijkt de leerling de vier systemen in een tabel en bedenkt zelf een getalsysteem, dat een klasgenoot moet kunnen lezen.

Vragen voor het gesprek:

- Waarom ruilde je tien streepjes voor één ∩? Waar doe je dat bij ons ook?
- Kon je klasgenoot jouw getallen lezen? Wat was lastig?

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Je kent nu vier manieren om getallen te schrijven. Turven, Egyptische tekens, Romeinse cijfers en onze cijfers. Welke is het handigst? Dat mag jij beoordelen.

Optellen

Noor telt twee Egyptische getallen op. Ze legt alle tekens bij elkaar.

Eerste getal	Tweede getal
∩∩∩∩ IIIIII I	∩∩ IIIIII

24 Hoeveel is het samen?

Antwoord: 71

Uitwerking: 46 + 25 = 71. Zes ∩ en elf streepjes: 60 + 11 = 71.

25 Noor heeft nu elf streepjes. Wat is de slimste stap?

A Niets doen, elf streepjes is prima

B Tien streepjes ruilen voor één ∩

C Eén streepje weggooien

Antwoord: B (Tien streepjes ruilen voor één ∩)

Toelichting: Dit is hetzelfde als inwisselen bij ons, 10 eenheden worden 1 tiental. Vraag of de leerling dat ziet.

26 Hoe schrijf je het antwoord het kortst?

A ∩∩∩∩∩ ∩ |||||| |||||| |

B ∩∩∩∩∩ ∩∩ |

C ∩∩∩∩∩ ∩∩∩ |

> **Antwoord:** B (∩∩∩∩∩ ∩∩ |)
>
> **Uitwerking:** 71 = zeven ∩ en één streepje.

Romeinen kunnen ook zo optellen. Leg alle tekens bij elkaar en ruil waar het kan.

27 Reken XXIII + XXXII uit. Schrijf het antwoord met Romeinse cijfers.

Tip: Je krijgt vijf X'en. Hoe schrijf je 50?

> **Antwoord:** LV
>
> **Uitwerking:**
>
> - Samen: XXXXX en IIIII.
> - Vijf X'en worden L (50), vijf I's worden V (5).
> - LV = 55. Controle: 23 + 32 = 55.
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - XXXXXIIIII: de leerling ruilt niet.

Vergelijken

28 Vergelijk de vier systemen. Vul de tabel in.

Tip: Voor 88 met Egyptische tekens tel je de ∩ en de |. Voor onze cijfers tel je de cijfers.

> **Uitwerking:**
>
> - 88: turven 88, Egyptisch 16, Romeins 8 (LXXXVIII), onze cijfers 2
> - 100: turven 100, Egyptisch 1, Romeins 1 (C), onze cijfers 3
> - Teken voor 0: alleen onze cijfers
> - Plek: turven nee, Egyptisch nee, Romeins een beetje (IV en VI), onze cijfers ja
>
> **Beoordelingscriteria:**
>
> - De aantallen tekens kloppen (kleine telfouten bij turven zijn niet erg)
> - Ziet dat alleen onze cijfers een 0 hebben en dat de plek bij ons altijd uitmaakt

Sam *snel, maar soms te snel*

Onze cijfers zijn het best, want ze zijn **altijd** het kortst!

Noor *precies, rekent alles na*

Altijd? Kijk eens in je tabel bij 100.

29 Heeft Sam gelijk?

A Ja, onze cijfers zijn altijd het kortst

B Nee, soms is een ander systeem korter

> **Antwoord:** B (Nee, soms is een ander systeem korter)
>
> **Uitwerking:** 100 is bij de Egyptenaren één touw en bij de Romeinen C: één teken. Wij hebben drie cijfers nodig. Ook 50 (L) en 10 (X of ⋂) zijn bij ons niet korter.

30 Toch gebruiken we overal ter wereld onze cijfers. Waarom zijn ze zo handig? Geef twee redenen.

> **Toelichting:** Een leerling die zegt "de plek vertelt wat het cijfer waard is" heeft de kern van plaatswaarde te pakken. Geef daar een compliment voor.
>
> **Doorvragen:**
>
> - Hoe zou je 1000 schrijven met Egyptische tekens, als je geen nieuw teken mag bedenken? (Tien touwen.)
>
> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Noemt een goede reden, bijvoorbeeld: je hebt maar tien tekens (0 tot en met 9) nodig, ook voor heel grote getallen
> - Noemt een tweede reden, bijvoorbeeld: optellen en aftrekken gaat makkelijk onder elkaar, je ziet meteen welk getal groter is, getallen blijven kort

Jouw eigen getalsysteem

Professor Pi *de baas van de Denkclub*

Nu ben jij de uitvinder! Bedenk een eigen getalsysteem, met tekens die nog niemand kent.

Denk hieraan

- Welke tekens gebruik je?
- Wat is elk teken waard?
- Maakt de volgorde uit?
- Heb je een teken voor nul nodig?

31 Teken je tekens. Schrijf bij elk teken wat het waard is. Schrijf er ook bij hoe je ze leest.

> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Elk teken heeft een duidelijke waarde

- Er staat een regel bij hoe je de tekens leest (optellen, volgorde, plek)
- Het systeem is anders dan de systemen uit het boekje (andere tekens of een eigen regel)

32 Schrijf 7, 25 en 100 in jouw systeem.

Doorvragen:

- Lukte 100 makkelijk, of moest je je systeem aanpassen?

Beoordelingscriteria:

- De drie getallen kloppen met de regels die de leerling zelf heeft bedacht

33 Maak een raadsel voor een klasgenoot. Schrijf drie andere getallen tot 100 in jouw systeem.

Tip: Geef je klasgenoot ook je tekens. Kan hij of zij de getallen lezen?

Toelichting: Kon de klasgenoot een getal niet lezen? Bespreek dan samen of het aan de tekens lag of aan de uitleg. Een systeem verbeteren is ook een mooie uitkomst.

Beoordelingscriteria:

- Drie getallen in het eigen systeem, die bij de regels passen
- De klasgenoot heeft ze gelezen en de leerling heeft nagekeken of het klopt

Extra uitdaging

Op veel klokken met Romeinse cijfers staat IIII in plaats van IV. Schrijf alle getallen van de klok, 1 tot en met 12, in Romeinse cijfers.

Over de extra uitdaging

I, II, III, IV (of IIII op de klok), V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII. Klokmakers kozen vaak IIII, misschien omdat het mooier staat tegenover de VIII.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Afbeeldingen: makers en licenties

Notionists (DiceBear) van Zoish (CC0 1.0)

Fluent Emoji van Microsoft Corporation (MIT): scroll