Docentenhandleiding: Wie wint de verkiezing?

Groep 6 · burgerschap, rekenen · Met recht een keuze · 300 min

Doelen

- Ik tel dezelfde stemmen op vier manieren en vergelijk de winnaars
- Ik houd een telling bij in een turftabel en controleer mijn getallen
- Ik leg uit waarom de manier van tellen kan bepalen wie er wint
- Ik ontwerp een telmethode die iemand anders kan uitvoeren
- Ik verdedig in een debat wat ik eerlijk vind en luister naar de andere kant

Overzicht

Over dit project

Een verrijkingsproject over **hoe een groep samen kiest**. Het boekje is een extra editie van de klassenkrant: elk deel is een artikel dat één manier van tellen uitlegt, met citaten van kiezers en aan het eind een column ("De columnist vraagt zich af...") die een lastige vraag stelt.

Een (verzonnen) klas kiest waar het schoolreisje heen gaat: **Pretpark**, **Dierentuin**, **Museum** of **Strand**. Alle 15 kiezers zetten de vier uitjes op volgorde. De leerling legt die stembriefjes na met gekleurde fiches, maakt een turftabel en telt op vier manieren: meeste stemmen, de afvalrace, punten geven en tweegevechten. Het verrassende: **elke methode geeft een andere winnaar**. Daarna ontwerpt de leerling een eigen telmethode en sluit af met een debat over de vraag wat eerlijk is.

Waarom dit past bij snelle leerlingen: het rekenwerk (tellen, vermenigvuldigen, optellen tot 90) is niet moeilijk, maar het **redeneren** wel. De leerling moet een procedure precies uitvoeren, zichzelf controleren, uitkomsten vergelijken en een mening onderbouwen. Het sluit aan bij burgerschap (democratie: hoe kom je samen tot een besluit, en wat is eerlijk?) en bij rekenen-wiskunde (gegevens ordenen in een tabel, een redenering controleren). Het gaat over de manier van tellen, niet over politieke partijen of standpunten.

Materialen

- Fiches uit de tempono-set: 15 oranje (Pretpark), 15 groen (Dierentuin), 15 paars (Museum) en 15 blauw (Strand)
- Een tafel of vloer met ruimte voor 15 rijtjes van vier fiches
- Kladpapier
- Voor het eigen ontwerp: een paar rode en bruine fiches

Voorbereiding

- Leg de fiches klaar: van oranje, groen, paars en blauw elk 15.
- Lees de stembriefjes en het overzicht van de uitkomsten hieronder één keer zelf door.
- Regel voor het laatste deel een debatpartner: een klasgenoot die het boekje ook doet, of uzelf.
- Een deel kost 35 tot 50 minuten. Er hoeft niet alles in één keer.

Introductie

Vraag: jullie mogen met de klas één uitje kiezen. Hoe zorg je dat de keuze eerlijk is? Laat de leerling twee of drie manieren noemen (handen opsteken, loten, de juf beslist…). Vertel dat het boekje laat zien dat het tellen zelf al een keuze is. Lees samen het eerste artikel en laat de leerling voorspellen wie er wint.

Differentiatie

- Snel klaar: de extra uitdaging aan het eind van elk deel. Die gaan zijwaarts: strategisch stemmen, gelijkspel, een stemming zonder winnaar.
- Moeite met het overzicht: laat de leerling bij elke methode eerst met de fiches werken en pas daarna rekenen. De turftabel uit het eerste deel is het houvast voor alle delen.
- Vastlopen bij de afvalrace is normaal. Laat de leerling hardop vertellen wat er met de fiches van een afgevallen uitje gebeurt.
- Moeite met schrijven: het debat en de eigen methode mogen ook mondeling, met u als schrijver van de steekwoorden.

Beoordeling

De tellingen, punten en keuzes worden automatisch nagekeken; per vraag ziet u waar het misging, zodat u gericht kunt helpen. De turftabel, de eigen methode, de antwoorden aan de columnist en het debat beoordeelt u met de criteria in deze handleiding. Kijk vooral naar twee dingen: is de eigen methode zo duidelijk dat iemand anders hem kan uitvoeren, en onderbouwt de leerling wat eerlijk is met een voorbeeld uit de telling?

Notities

De stemmen zijn zo gekozen dat er bij elke stap geen gelijkspel is. Het overzicht van alle uitkomsten:

- Meeste stemmen: **Museum** (5 van de 15)
- Afvalrace: **Dierentuin** (10 tegen 5 in de laatste ronde)
- Punten 3-2-1-0: **Pretpark** (28 punten; Strand 24, Dierentuin 21, Museum 17)
- Tweegevechten: **Strand** wint van elk ander uitje, telkens met 8 tegen 7

De turftabel (hoe vaak staat elk uitje op elke plek):

- Pretpark: 2, 9, 4, 0
- Dierentuin: 4, 2, 5, 4
- Museum: 5, 0, 2, 8
- Strand: 4, 4, 4, 3

Het Museum wint met meeste stemmen, maar verliest elk tweegevecht en staat bij 8 kiezers onderaan. Dat is het mooiste gespreksonderwerp van het project.

Extra editie: de klas kiest een uitje · 45 min

Het openingsartikel. De leerling leert de stembriefjes lezen, legt ze na met fiches en maakt een turftabel. Dat kost tijd, maar alle volgende delen gebruiken dezelfde rijtjes en dezelfde tabel. Laat de fiches liggen tot het project klaar is, of maak een foto. De column eindigt met een voorspelling: bewaar die, in het laatste deel komt hij terug.

Vragen voor het gesprek:

- Hoe zie je aan een rijtje fiches wat iemand het liefst wil?
- Welk uitje staat het vaakst onderaan? Wat zegt dat?
- Wie denk je dat er wint, en waarom?

Door de redactie van de klassenkrant

De klas mag zelf kiezen waar het schoolreisje heen gaat. Alle 15 kiezers hebben gestemd en de stembus is dicht. Wie heeft er gewonnen? De redactie zocht het uit. Het antwoord is minder simpel dan je denkt.

Er zijn vier uitjes. Elke kiezer zette ze op volgorde: bovenaan wat hij het liefst wil, onderaan wat hij het minst graag wil. "Dat is eerlijker dan één kruisje," zegt de juf. "Zo weet je ook wat iemand níét wil."

Uitje	Fiche	Wat ga je doen?
Pretpark	P oranje	Achtbanen en draaimolens
Dierentuin	D groen	Dieren kijken en een les van de verzorger
Museum	M paars	Een museum met proefjes en uitvindingen
Strand	S blauw	Zwemmen, zandkastelen en een picknick

Veel kiezers vulden precies hetzelfde in. Daarom staan de 15 stembriefjes hieronder in vijf groepjes.

Groepje	Kiezers	1e keus	2e keus	3e keus	4e keus
A	4	M Museum	S Strand	P Pretpark	D Dierentuin
B	4	D Dierentuin	P Pretpark	S Strand	M Museum
C	4	S Strand	P Pretpark	D Dierentuin	M Museum
D	2	P Pretpark	D Dierentuin	M Museum	S Strand
E	1	M Museum	P Pretpark	D Dierentuin	S Strand

De 15 stembriefjes van de klas.

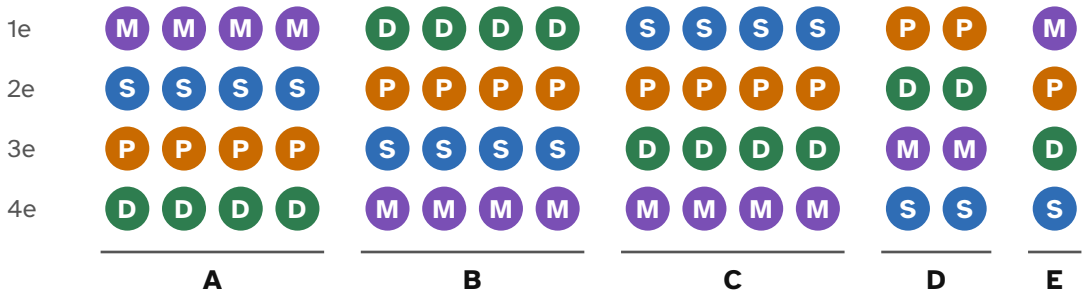
Zo leg je de stembriefjes neer

Pak van oranje, groen, paars en blauw elk 15 fiches.

- Elk stembriefje wordt één rijtje van vier fiches, van boven naar beneden: de 1e keus bovenaan, de 4e keus onderaan.
- Leg de 15 rijtjes naast elkaar, de rijtjes van één groepje bij elkaar.
- Nu heb je vier lange rijen: rij 1 met alle eerste keuzes, rij 2 met alle tweede keuzes, enzovoort.

1 Leg alle 15 stembriefjes neer met de fiches. Klaar? Vergelijk je tafel met de tekening hieronder.

> **Toelichting:** Een fout bij het leggen werkt door in alle volgende delen. Kijk even mee voordat de leerling verder gaat.



Zo liggen de 15 stembriefjes op tafel. Elk rijtje van boven naar beneden is één kiezer.

Een verslaggever houdt een **turftabel** bij. Daarin staat hoe vaak elk uitje op elke plek staat. Die tabel heb je in alle delen nodig.

2 Maak de turftabel. Tel per rij hoeveel fiches van elke kleur er liggen.

Tip: Begin met rij 1. Hoeveel paarse fiches liggen daar?

> **Toelichting:**
>
> De goede turftabel:
>
> - Pretpark: 2, 9, 4, 0
> - Dierentuin: 4, 2, 5, 4
> - Museum: 5, 0, 2, 8
> - Strand: 4, 4, 4, 3
>
> **Veelgemaakte fouten:**
>
> - Telt groepjes in plaats van kiezers (Museum 2 in rij 1, omdat groepje A en E het bovenaan hebben). Vraag hoeveel kiezers er in groepje A zitten.
>
> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Alle zestien getallen kloppen
> - Elke rij en elke kolom telt op tot 15

3 Tel elke rij en elke kolom van je turftabel op. Welk getal komt er steeds uit?

Antwoord: 15

Uitwerking: Elke kiezer zet elk uitje precies één keer neer, op precies één plek. Dus elk uitje staat 15 keer in de tabel, en op elke plek liggen 15 fiches.

Doorvragen:

- Je tabel telt overal op tot 15. Weet je dan zeker dat hij goed is? Nee, twee fouten kunnen elkaar opheffen. Wel vang je zo de meeste telfouten.

4 Wat wil een kiezer uit groepje C het **minst** graag?

A Pretpark

B Dierentuin

C Museum

D Strand

Antwoord: C (Museum)

5 Hoeveel kiezers zetten het Museum helemaal onderaan?

Tip: Kijk in je turftabel, of tel de paarse fiches in rij 4.

Antwoord: 8 kiezers

Uitwerking: Groepje B (4) en groepje C (4): 8 kiezers.

Doorvragen:

- Meer dan de helft van de kiezers vindt het Museum het slechtste uitje. Onthoud dat voor het volgende deel.

6 Welk uitje staat bij **niemand** onderaan?

A Pretpark

B Dierentuin

C Museum

D Strand

Antwoord: A (Pretpark)

Toelichting: Er ligt geen enkel oranje fiche in rij 4. Het Pretpark is voor niemand het slechtste uitje. Dat wordt belangrijk bij het punten geven.

De columnist vraagt zich af... Iedereen heeft gestemd. Dan is de uitslag toch al bekend? Je hoeft alleen nog te tellen. Of kan het zijn dat dezelfde stapel stembriefjes meer dan één winnaar heeft?

7 Voorspel het voor de columnist. Welk uitje wint volgens jou, en waarom denk je dat?

Toelichting: Geen goed of fout antwoord. De meeste leerlingen kiezen het Museum (meeste eerste keuzes). Leerlingen die het Pretpark of het Strand noemen, kijken al verder dan de eerste keus. Vraag waarom.

Beoordelingscriteria:

- Noemt één uitje als voorspelling
- Geeft een reden die met de stembriefjes te maken heeft (eerste keuzes, onderaan, vaak tweede)

Extra uitdaging

Met vier uitjes kun je veel verschillende stembriefjes maken. Hoeveel volgordes zijn er? Zoek een manier om ze allemaal te vinden zonder er een te vergeten.

Over de extra uitdaging

4 × 3 × 2 × 1 = 24 volgordes: 4 keuzes voor de bovenste plek, dan 3 voor de tweede, dan 2, dan 1. Een systematische lijst (eerst alle met Pretpark bovenaan, dat zijn er 6) is ook een goede aanpak. Deze klas gebruikte er maar 5 van de 24.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Methode 1: wie heeft de meeste stemmen? · 35 min

De bekendste methode: alleen de eerste keus telt. Het Museum wint met 5 stemmen, maar 10 kiezers wilden iets anders en 8 zetten het Museum zelfs onderaan. Daarna ontdekt de leerling dat kiezers de uitslag kunnen veranderen door niet hun echte eerste keus op te schrijven (strategisch stemmen). De column vraagt of dat een probleem van de kiezers is of van de methode.

Vragen voor het gesprek:

- Vind je het eerlijk dat het Museum wint? Waarom wel of niet?
- Waarom zouden de kiezers van groepje D anders gaan stemmen?

Door de rekenredactie

De snelste manier van tellen: je kijkt alleen naar de bovenste fiches. Wie de meeste eerste keuzes heeft, wint. Zo gaat het ook als de klas handen opsteekt.

"Simpel toch?" zegt een verslaggever. "Rij 1 tellen en klaar. Iedereen snapt het, en je bent in een minuut klaar."

8 Tel de eerste keuzes van elk uitje. Welk uitje wint met meeste stemmen?

Tip: Groepjes met dezelfde eerste keus tel je bij elkaar op. Rij 1 van je turftabel helpt.

Antwoord: Pretpark 2, Dierentuin 4, Museum 5, Strand 4 · Winnaar: Museum

Stap voor stap:

1. Tel voor elke keuze de stembiljetten waarop die de 1e keus is.

2. Pretpark: 2

3. Dierentuin: 4

4. Museum: 4 + 1 = 5

5. Strand: 4

6. Museum heeft de meeste stemmen (5 stemmen), dus Museum wint.

Toelichting: Samen moeten de eerste keuzes 15 zijn: elke kiezer heeft er één.

Veelgemaakte fouten:

- Museum 4, omdat de leerling groepje E vergeet. Groepjes met dezelfde eerste keus moet je bij elkaar optellen.

Schrijf bij elke keuze het aantal stemmen. Kleur het rondje onder de winnaar.

	P Pretpark	D Dierentuin	M Museum	S Strand
Stemmen	2	4	5	4
Winnaar	○	○	●	○

9 Hoeveel kiezers hebben iets anders dan het Museum als eerste keus?

Antwoord: 10 kiezers

Uitwerking: 15 – 5 = 10.

Doorvragen:

- Het Museum wint, maar twee van de drie kiezers wilden iets anders. Heeft het Museum dan echt gewonnen?

Een verslaggever sprak een kiezer uit groepje D. "Ik wil het liefst naar het Pretpark," zegt die. "Maar dat heeft maar twee stemmen, dat wint toch nooit. Als we opnieuw stemmen, zetten wij de Dierentuin bovenaan. Alles is beter dan het Museum."

10 De twee kiezers van groepje D zetten de Dierentuin bovenaan in plaats van het Pretpark. Hoeveel eerste keuzes heeft de Dierentuin dan?

Antwoord: 6 kiezers

Uitwerking: 4 + 2 = 6. De Dierentuin heeft dan meer dan het Museum (5).

11 Wie wint er dan met meeste stemmen?

A Pretpark

B Dierentuin

C Museum

D Strand

Antwoord: B (Dierentuin)

De columnist vraagt zich af… Groepje D schreef niet op wat ze het liefst willen. En daardoor krijgen ze iets wat ze béter vinden. Is dat vals spelen? Of is het een probleem van de manier van tellen?

12 Schrijf de columnist terug. Is het een probleem van de kiezers of van de telmethode? Leg uit.

Toelichting: Dit heet strategisch stemmen. Een methode waarbij je niet hoeft te liegen om je zin te krijgen, vinden veel mensen eerlijker. Er is geen goed of fout antwoord.

Doorvragen:

- Als iedereen strategisch stemt, wat zegt de uitslag dan nog over wat de klas wil?

Beoordelingscriteria:

- Ziet dat groepje D met hun eerlijke stem iets slechters krijgt (het Museum staat bij hen op 3, de Dierentuin op 2)
- Geeft een mening en onderbouwt die

Extra uitdaging

Het Strand wil winnen met meeste stemmen. Hoeveel kiezers moeten er **minstens** iets anders bovenaan zetten? Welke kiezers zouden dat kunnen zijn?

Over de extra uitdaging

Eén kiezer is genoeg: een kiezer uit groepje A of E zet het Strand bovenaan in plaats van het Museum. Dan heeft het Strand 5, het Museum 4 en de Dierentuin 4. Voor een kiezer uit groepje A is dat logisch: het Strand is hun tweede keus. Eén stem verschuiven telt dubbel: de een gaat omlaag, de ander omhoog.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Methode 2: de afvalrace · 45 min

De methode van de hoofdredacteur: een uitje wint pas als meer dan de helft (8 of meer) het bovenaan heeft. Anders valt het uitje met de minste fiches af en schuiven de rijtjes omhoog. Met de fiches is dat goed te zien: haal alle fiches van één kleur weg, dan ligt bij die kiezers vanzelf hun volgende keus bovenaan.

- Ronde 1: Museum 5, Dierentuin 4, Strand 4, Pretpark 2. Pretpark valt af.
- Ronde 2: groepje D gaat naar de Dierentuin. Dierentuin 6, Museum 5, Strand 4. Strand valt af.
- Ronde 3: groepje C heeft het Pretpark op 2, maar dat is al weg, dus gaat naar de Dierentuin. Dierentuin 10, Museum 5.

De column wijst op iets opvallends: de tweede keus van de Museum-kiezers telt nooit mee, omdat het Museum tot het eind blijft.

Vragen voor het gesprek:

- Wat gebeurt er met de stem van iemand wiens uitje afvalt?
- Waarom heeft de Dierentuin in de laatste ronde zoveel meer dan het Museum?

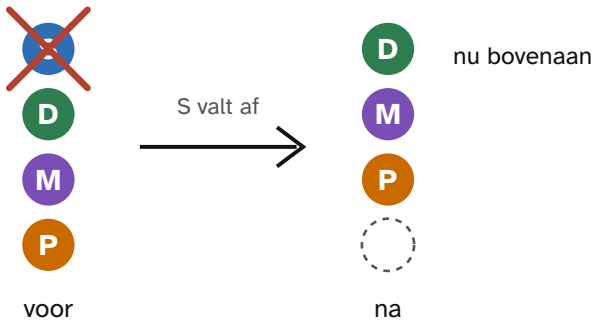
Door de hoofdredacteur

Het Museum won met 5 van de 15 stemmen. Dat is maar een derde van de klas. Is dat wel een echte winnaar?

"Ik vind dat de winnaar meer dan de helft van de klas achter zich moet hebben," zegt de hoofdredacteur. "Dus doen we een afvalrace, net zo lang tot één uitje genoeg stemmen heeft. Niemand stemt voor niets: valt jouw uitje af, dan gaat je stem naar je volgende keus."

Zo werkt de afvalrace

- Tel de bovenste fiches. Heeft een uitje **8 of meer**? Dan wint dat uitje.
- Zo niet: het uitje met de **minste** bovenste fiches valt af. Haal **alle** fiches van die kleur weg, uit alle rijtjes.
- Schuif de rijtjes omhoog. Bij sommige kiezers ligt nu een andere kleur bovenaan.
- Tel opnieuw.



Een voorbeeld (niet uit deze klas). Het Strand valt af, het rijtje schuift omhoog en de Dierentuin ligt bovenaan.

13 Waarom moet een uitje 8 of meer bovenste fiches hebben om te winnen?

A 8 is meer dan de helft van 15.

B 8 is de helft van alle fiches.

C Bij 8 heeft het uitje meer dan elk ander uitje.

Antwoord: A (8 is meer dan de helft van 15.)

Veelgemaakte fouten:

- Kiest C. Meer dan elk ander uitje is wat meeste stemmen betekent, niet wat meer dan de helft betekent.

14 Houd de afvalrace bij met je fiches, ronde voor ronde. Wie valt er steeds af, en wie wint er?

Tip: Groepje C heeft het Pretpark als 2e keus. Maar doet het Pretpark in ronde 3 nog mee?

Antwoord: Ronde 1: Pretpark 2, Dierentuin 4, Museum 5, Strand 4; Pretpark valt af · Ronde 2: Dierentuin 6, Museum 5, Strand 4; Strand valt af · Ronde 3: Dierentuin 10, Museum 5 · Winnaar: Dierentuin

Stap voor stap:

1. Om te winnen heb je meer dan de helft van de stemmen nodig: minstens 8 van de 15.

2. Ronde 1, tel de 1e keuzes: Pretpark 2, Dierentuin 4, Museum 5, Strand 4. Niemand heeft 8 of meer. Pretpark heeft de minste stemmen en valt af.

3. Ronde 2: de 2 stemmen van Pretpark gaan naar de hoogste keus op het biljet die nog meedoet: 2 naar Dierentuin. Nu: Dierentuin 6, Museum 5, Strand 4. Niemand heeft 8 of meer. Strand heeft de minste stemmen en valt af.

4. Ronde 3: de 4 stemmen van Strand gaan naar de hoogste keus op het biljet die nog meedoet: 4 naar Dierentuin. Nu: Dierentuin 10, Museum 5. Dierentuin heeft 8 of meer stemmen, dus Dierentuin wint.

Toelichting: Elke ronde telt op tot 15: zo controleert de leerling zelf of er geen stem kwijt is.

Veelgemaakte fouten:

- Dierentuin 4 in ronde 2, omdat de leerling alleen de oranje fiches uit rij 1 haalt en de rijtjes niet omhoog schuift.
- Pretpark 4 in ronde 3, omdat de leerling de stemmen van groepje C aan het Pretpark geeft, dat al is afgevallen.

Schrijf per ronde de stemmen op en kleur het rondje bij de keuze die afvalt. Is een keuze al af? Schrijf dan 0. Kleur onderaan het rondje onder de winnaar.

	P Pretpark	D Dierentuin	M Museum	S Strand
Ronde 1	2 ●	4 ○	5 ○	4 ○
Ronde 2	0 ○	6 ○	5 ○	4 ●
Ronde 3	0	10	5	0
Winnaar	○	●	○	○

15 Een andere klas wil ook een afvalrace houden. Zet de stappen in de goede volgorde.

A Tel opnieuw wat bovenaan staat.

B Haal het uitje met de minste stemmen weg uit alle stembriefjes.

C Iedereen zet de uitjes op volgorde.

D Kijk of een uitje meer dan de helft heeft.

E Tel bij elk uitje hoe vaak het bovenaan staat.

Antwoord: C › E › D › B › A

1	2	3	4	5
C	E	D	B	A

De columnist vraagt zich af… Wie voor het Pretpark of het Strand stemde, kreeg in de afvalrace een tweede kans. Hun stem schoof door. Maar wat de kiezers van het Museum op hun tweede plek zetten, heeft niemand ooit bekeken. Krijgt iedereen in de afvalrace wel evenveel kansen?

16 Schrijf de columnist terug. Waarom telde de 2e keus van de Museum-kiezers nooit mee? Vind je dat erg?

Toelichting: Een scherpe observatie voor een leerling van deze leeftijd. Wie het Museum bovenaan had, wordt pas gehoord als het Museum afvalt. Sommigen vinden dat prima (je eerste keus deed toch mee), anderen vinden het oneerlijk.

Beoordelingscriteria:

- Legt uit dat een stem alleen doorschuift als je uitje afvalt, en dat het Museum tot het eind meedoet
- Geeft een mening met een reden

Extra uitdaging

In Frankrijk gaan bij de verkiezing van de president alleen de **twee** grootste door naar de tweede ronde. Probeer dat met deze stembriefjes. Wat gaat er mis na de eerste ronde? Bedenk een regel die het oplost.

Over de extra uitdaging

Na ronde 1 hebben de Dierentuin en het Strand allebei 4. Wie gaat er met het Museum door? Er is een regel voor gelijkspel nodig. Laat de leerling er zelf een bedenken (loten, wie de meeste tweede keuzes heeft, een tweegevecht tussen die twee). Museum tegen Dierentuin geeft 5 tegen 10, Museum tegen Strand geeft 7 tegen 8. De regel bepaalt dus wie er wint.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Methode 3: punten geven · 40 min

De methode van de rekenredactie: elke plek op het stembriefje levert punten op (3, 2, 1, 0). Met de turftabel is het een vermenigvuldiging per vakje.

- Pretpark: 2 × 3 + 9 × 2 + 4 × 1 + 0 × 0 = 28
- Dierentuin: 4 × 3 + 2 × 2 + 5 × 1 + 4 × 0 = 21
- Museum: 5 × 3 + 0 × 2 + 2 × 1 + 8 × 0 = 17
- Strand: 4 × 3 + 4 × 2 + 4 × 1 + 3 × 0 = 24

Het totaal is altijd 15 × 6 = 90: een handige controle. Het Pretpark heeft maar 2 eerste keuzes, maar staat 9 keer op de tweede plek en nooit onderaan. Deze methode heet ook wel de Borda-telling, naar een Franse wiskundige.

Vragen voor het gesprek:

- Hoe kan het Pretpark winnen met maar 2 eerste keuzes?
- Is een tweede keus evenveel waard als twee derde van een eerste keus? Wie bepaalt dat?

Door de rekenredactie

Meeste stemmen kijkt alleen naar rij 1. De afvalrace kijkt pas verder als een uitje afvalt. "Jullie vergeten alle andere keuzes!" roept de rekenredactie. Zij geeft punten voor élke plek.

"Een eerste keus is 3 punten waard, een tweede keus 2, een derde keus 1 en een vierde keus niks. Zo telt ieders hele stembriefje mee."

Plek op het stembriefje	Punten
1e keus (rij 1)	3
2e keus (rij 2)	2
3e keus (rij 3)	1
4e keus (rij 4)	0

17 Hoeveel punten krijgt het Pretpark alleen al van rij 2?

Tip: Kijk in je turftabel hoeveel oranje fiches er in rij 2 liggen.

Antwoord: 18 punten

Uitwerking: Groepje B (4), C (4) en E (1): 9 fiches in rij 2. 9 × 2 = 18 punten.

Veelgemaakte fouten:

- 9: de leerling telt de fiches maar vergeet te vermenigvuldigen met de 2 punten.

18 Reken de punten van elk uitje uit. Welk uitje wint met punten?

Tip: Vermenigvuldig in je turftabel elk getal met de punten van die rij, en tel per uitje op.

Punten: 1e keus 3 · 2e keus 2 · 3e keus 1 · 4e keus 0

Antwoord: Pretpark 28, Dierentuin 21, Museum 17, Strand 24 · Winnaar: Pretpark

Stap voor stap:

1. Punten per plek: 1e keus 3, 2e keus 2, 3e keus 1, 4e keus 0. Tel voor elke keuze de punten van alle stembiljetten op (aantal × punten).

2. Pretpark: 4 × 1 + 4 × 2 + 4 × 2 + 2 × 3 + 1 × 2 = 28

3. Dierentuin: 4 × 3 + 4 × 1 + 2 × 2 + 1 × 1 = 21

4. Museum: 4 × 3 + 2 × 1 + 1 × 3 = 17

5. Strand: 4 × 2 + 4 × 1 + 4 × 3 = 24

6. Pretpark heeft de meeste punten (28 punten), dus Pretpark wint.

Veelgemaakte fouten:

- Telt de fiches op zonder te vermenigvuldigen. Dan krijgt elk uitje 15.

Schrijf bij elke keuze het aantal punten. Kleur het rondje onder de winnaar.

	P Pretpark	D Dierentuin	M Museum	S Strand
Punten	28	21	17	24
Winnaar	●	○	○	○

19 Hoeveel punten zijn er samen uitgedeeld? Reken het op twee manieren uit, zo controleer je jezelf.

Tip: Hoeveel punten deelt één kiezer uit?

Antwoord: 90 punten

Uitwerking:

- Optellen: 28 + 21 + 17 + 24 = 90
- Per kiezer: 3 + 2 + 1 + 0 = 6 punten, 15 kiezers × 6 = 90

Toelichting: Komen de twee manieren niet op hetzelfde uit? Dan zit er een telfout in de tabel. Laat de leerling zelf zoeken.

20 Het Pretpark heeft maar 2 eerste keuzes en wint toch. Hoe kan dat? Gebruik de getallen uit je turftabel.

Toelichting: Het Pretpark is niemands droomuitje, maar bijna iedereen vindt het wel goed. Vraag of dat een goede winnaar is.

Beoordelingscriteria:

- Noemt dat het Pretpark vaak op de tweede plek staat (9 keer)
- Noemt dat het Pretpark nooit onderaan staat

De columnist vraagt zich af... Wie heeft eigenlijk bedacht dat een eerste keus 3 punten waard is? Waarom niet 5, of 10? En als je andere punten kiest, wint er dan iemand anders?

Extra uitdaging

Geef nu 5 punten voor een 1e keus, 2 voor een 2e, 1 voor een 3e en 0 voor een 4e. Wie wint er nu? Wat leer je daaruit over het kiezen van de punten?

Over de extra uitdaging

Met 5-2-1-0: Pretpark 10 + 18 + 4 = 32, Dierentuin 20 + 4 + 5 = 29, Museum 25 + 0 + 2 = 27, Strand 20 + 8 + 4 = 32. Pretpark en Strand staan gelijk. Wie de punten kiest, beïnvloedt de uitslag. Met 10-1-0-0 wint zelfs het Museum: 50 punten, tegen Strand 44, Dierentuin 42 en Pretpark 29.

Terugblik. Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Methode 4: tweegevechten · 35 min

Elk uitje neemt het op tegen elk ander uitje. Bij een tweegevecht kijk je per stembriefje welk van de twee hoger staat. Met de fiches: kijk per rijtje welke van de twee kleuren hoger ligt.

- Strand tegen Pretpark 8-7, tegen Dierentuin 8-7, tegen Museum 8-7
- Pretpark tegen Dierentuin 11-4, tegen Museum 10-5
- Dierentuin tegen Museum 10-5

Het Strand wint elk tweegevecht, het Museum verliest er elk. Zo'n winnaar van alle tweegevechten heet een Condorcet-winnaar; hij is er niet altijd (zie de extra uitdaging).

Vragen voor het gesprek:

- Het Museum won met meeste stemmen en verliest elk tweegevecht. Hoe kan dat?
- Het Strand wint steeds met maar één stem verschil. Is het dan een sterke winnaar?

Door de sportredactie

Drie methodes, drie winnaars. De sportredactie heeft er genoeg van: "Laat elk uitje tegen elk ander uitje strijden, zoals bij een toernooi. Wie alles wint, is de echte kampioen."

Bij een **tweegevecht** doen er maar twee uitjes mee. Kijk bij elk rijtje welke van de twee kleuren hoger ligt. Dat uitje krijgt de stem van die kiezer. Wie de meeste stemmen krijgt, wint het tweegevecht.

Strand tegen Pretpark bij groepje A. Kijk alleen naar die twee kleuren.

21 Hoeveel tweegevechten zijn er als elk van de vier uitjes één keer tegen elk ander uitje speelt?

Antwoord: 6

Uitwerking: Pretpark-Dierentuin, Pretpark-Museum, Pretpark-Strand, Dierentuin-Museum, Dierentuin-Strand, Museum-Strand: 6.

Veelgemaakte fouten:

- 12, omdat de leerling Pretpark-Strand en Strand-Pretpark allebei telt.
- 16, omdat de leerling 4 × 4 rekent en een uitje ook tegen zichzelf laat spelen.

22 Speel alle tweegevechten met je fiches. Welk uitje wint van **elk** ander uitje?

Tip: Elk tweegevecht telt op tot 15.

Antwoord: Pretpark–Dierentuin 11–4 · Pretpark–Museum 10–5 · Pretpark–Strand 7–8 · Dierentuin–Museum 10–5 · Dierentuin–Strand 7–8 · Museum–Strand 7–8 · Winnaar: Strand

Stap voor stap:

1. Vergelijk steeds twee keuzes: tel de stembiljetten waarop de een hoger staat dan de ander.

2. Pretpark tegen Dierentuin: Pretpark staat hoger op 4 + 4 + 2 + 1 = 11 biljetten, Dierentuin op 4. Pretpark wint dit duel.

3. Pretpark tegen Museum: Pretpark staat hoger op 4 + 4 + 2 = 10 biljetten, Museum op 4 + 1 = 5. Pretpark wint dit duel.

4. Pretpark tegen Strand: Pretpark staat hoger op 4 + 2 + 1 = 7 biljetten, Strand op 4 + 4 = 8. Strand wint dit duel.

5. Dierentuin tegen Museum: Dierentuin staat hoger op 4 + 4 + 2 = 10 biljetten, Museum op 4 + 1 = 5. Dierentuin wint dit duel.

6. Dierentuin tegen Strand: Dierentuin staat hoger op 4 + 2 + 1 = 7 biljetten, Strand op 4 + 4 = 8. Strand wint dit duel.

7. Museum tegen Strand: Museum staat hoger op 4 + 2 + 1 = 7 biljetten, Strand op 4 + 4 = 8. Strand wint dit duel.

8. Strand wint van elke andere keuze, dus Strand wint.

Toelichting: Met de fiches: kijk per rijtje welke van de twee kleuren hoger ligt. Het Strand wint elk tweegevecht met maar één stem verschil.

Schrijf bij elk duel op hoeveel stembiljetten de ene keuze hoger zetten en hoeveel de andere. Kleur onderaan het rondje bij de winnaar.

P Pretpark	11	–	4	Dierentuin D	P Pretpark	10	–	5	Museum M
P Pretpark	7	–	8	Strand S	D Dierentuin	10	–	5	Museum M
D Dierentuin	7	–	8	Strand S	M Museum	7	–	8	Strand S

Winnaar ○ P Pretpark ○ D Dierentuin ○ M Museum ● S Strand

23 Welk uitje verliest van **elk** ander uitje?

A Pretpark

B Dierentuin

C Museum

D Strand

E Geen enkel uitje

> **Antwoord:** C (Museum)
>
> **Doorvragen:**
>
> - Dit uitje won met meeste stemmen. Wat zegt dat over die methode?

De columnist vraagt zich af... Het Museum had de meeste eerste keuzes. Toch verliest het van élk ander uitje. Hoe kan een uitje tegelijk het populairst en het minst populair zijn?

24 Schrijf de columnist terug. Hoe kan het Museum met meeste stemmen winnen en toch elk tweegevecht verliezen?

> **Toelichting:** De kern is "verdeelde tegenstanders". Bij meeste stemmen splitsen de 10 andere kiezers zich over drie uitjes, bij een tweegevecht staan ze samen.
>
> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Noemt dat het Museum een kleine groep fans heeft (5) en dat een grote groep (8) het onderaan zet
> - Legt uit dat bij meeste stemmen de andere 10 kiezers verdeeld zijn over drie uitjes

Extra uitdaging

Bedenk 3 stembriefjes voor 3 uitjes waarbij **geen enkel** uitje elk tweegevecht wint. Leg ze neer met fiches en speel alle drie de tweegevechten.

> **Over de extra uitdaging**
>
> Een oplossing: P-D-M, D-M-P en M-P-D. Dan wint P van D (2-1), D van M (2-1) en M van P (2-1): een kringetje, zoals steen-papier-schaar. Dit heet de paradox van Condorcet: de groep als geheel kan 'onlogisch' kiezen, ook als elke kiezer logisch kiest.

> **Terugblik.** Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Jouw eigen telmethode · 50 min

Het hart van het project: de leerling ontwerpt zelf een telmethode. Dat mag een bestaande zijn met een eigen regel erbij, of iets heel nieuws. Belangrijk is dat de regels zo duidelijk zijn dat iemand anders ze kan uitvoeren en op dezelfde uitslag uitkomt. Laat de leerling de methode echt uitproberen op de 15 stembriefjes, en daarna een klasgenoot of u de regels laten uitvoeren.

Vragen voor het gesprek:

- Wat maakt jouw methode eerlijker dan de vier uit de krant?
- Wat gebeurt er bij jouw methode als twee uitjes gelijk staan?
- Kan een kiezer bij jouw methode slim stemmen, zoals groepje D?

Door de redactie

Vier methodes, vier winnaars. De juf weet niet meer wat ze moet boeken. "Elke methode klinkt eerlijk," zegt ze. "Maar ze kunnen niet allemaal winnen. Kan iemand van de krant een betere manier bedenken?"

De redactie zette alles op een rij.

Methode	Winnaar	Waar let de methode op?
Meeste stemmen	Museum	Alleen de eerste keus
Afvalrace	Dierentuin	Meer dan de helft moet achter de winnaar staan
Punten 3-2-1-0	Pretpark	Alle plekken tellen mee
Tweegevechten	Strand	Wie wint van elk ander uitje?

25 Bedenk je eigen telmethode. Schrijf de regels stap voor stap op, zodat iemand anders ze kan uitvoeren zonder jou iets te vragen. Vergeet de regel voor gelijkspel niet.

Toelichting: Ideeën die leerlingen vaak bedenken: punten met andere getallen, alleen de bovenste twee keuzes tellen, eerst het uitje weghalen dat het vaakst onderaan staat, of een combinatie. Steeds het uitje weghalen dat het vaakst onderaan staat, geeft hier het Strand als winnaar: eerst valt het Museum af (8 keer onderaan), daarna heeft het Strand 8 van de 15 eerste keuzes.

Beoordelingscriteria:

- De regels zijn stap voor stap en zonder uitleg uit te voeren
- Er is een regel voor gelijkspel
- De methode gebruikt meer dan alleen de eerste keus, of de leerling legt uit waarom niet

26 Voer je methode uit op de 15 stembriefjes van de klas. Schrijf je tussenstappen op.

Beoordelingscriteria:

- De stappen volgen de eigen regels
- De getallen kloppen met de stembriefjes

27 Welk uitje wint met jouw methode?

A Pretpark

B Dierentuin

C Museum

D Strand

> **Toelichting:** Geen vast antwoord; het moet kloppen met de regels en de uitwerking van de leerling.

28 Geef je regels aan een klasgenoot of je leerkracht. Laat die de methode uitvoeren met de fiches, zonder hulp van jou. Komt er dezelfde winnaar uit?

> **Toelichting:** Dit is de echte toets van een methode. Komt de ander op een andere winnaar? Dan zijn de regels nog niet duidelijk genoeg. Laat de leerling de regels verbeteren, niet de ander de schuld geven.

De columnist vraagt zich af... Elke uitvinder vindt zijn eigen methode de beste. Maar heeft jouw methode ook een zwakke plek? En durf je die op te schrijven?

29 Overtuig de juf. Waarom is jouw methode eerlijk? Noem ook een nadeel, en leg uit waarom je hem toch de beste vindt.

> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Legt uit wat eerlijk betekent bij deze methode (bijvoorbeeld meer dan de helft, alle keuzes tellen mee, niet hoeven liegen)
> - Vergelijkt met minstens één methode uit de krant
> - Noemt een eerlijk nadeel en weerlegt het

Extra uitdaging

Bedenk zelf 15 stembriefjes voor drie uitjes, waarbij meeste stemmen en de afvalrace een **andere** winnaar geven. Leg ze neer met fiches. Rood en bruin mag je ook gebruiken.

> **Over de extra uitdaging**
>
> Een voorbeeld: 6 × A-C-B, 5 × B-C-A, 4 × C-B-A. Meeste stemmen: A (6). Afvalrace: C valt af, die 4 gaan naar B, dus B wint met 9 tegen 6. Laat de leerling zijn eigen voorbeeld met de fiches aan u laten zien.

> **Terugblik.** Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Het grote debat: wat is eerlijk? · 50 min

Van het schoolreisje naar de echte wereld, en dan het debat. Landen kiezen ook verschillend, en geen enkele methode is in alles de beste. Houd het bij de manier van tellen; politieke partijen of standpunten horen hier niet. Wat in de tekst staat, is vereenvoudigd.

Het debat: de leerling bereidt beide kanten voor en debatteert met een klasgenoot of met u. Speel zelf gerust advocaat van de duivel. Het gaat niet om winnen, maar om argumenten met een voorbeeld uit de telling.

Achtergrond voor de column: een wiskundige (Kenneth Arrow) bewees dat er bij drie of meer keuzes **geen** telmethode met volgordes bestaat die aan alle eerlijke wensen tegelijk voldoet. Elke methode moet ergens toegeven. Dat mag u na het debat vertellen.

Vragen voor het gesprek:

- Welke methode zou jij voor het schoolreisje gebruiken, en waarom?
- Wat was het sterkste argument van de andere kant?
- Is je voorspelling uit het eerste deel uitgekomen? Met welke methode wel?

Door de buitenlandredactie

Is dit alleen een probleem van het schoolreisje? Nee. De redactie zocht uit hoe landen en wedstrijden tellen. Ook daar doet niet iedereen het hetzelfde.

Zo tellen ze in de rest van de wereld

- **Groot-Brittannië:** het land is verdeeld in stukken. In elk stuk wint wie de meeste stemmen heeft, ook als dat minder dan de helft is.
- **Frankrijk:** heeft bij de verkiezing van de president niemand meer dan de helft? Dan komt er een tweede ronde tussen de twee grootsten.
- **Australië:** kiezers zetten de kandidaten op volgorde. Daarna wordt er geteld met een afvalrace.
- **Het Eurovisie Songfestival:** elk land geeft punten aan zijn favorieten: 12, 10, 8, 7 en zo verder tot 1.
- **Nederland:** bij de Tweede Kamer krijgt een partij ongeveer evenveel zetels als ze stemmen krijgt. Er zijn dan veel winnaars, die samen moeten beslissen.

30 Op welke methode uit de krant lijkt de telling van het Songfestival het meest?

A Meeste stemmen

B De afvalrace

C Punten geven

D Tweegevechten

Antwoord: C (Punten geven)

31 Op welke methode lijkt de manier van tellen in Australië het meest?

A Meeste stemmen

B De afvalrace

C Punten geven

D Tweegevechten

> **Antwoord:** B (De afvalrace)

Het debat

De redactie houdt een debat. De stelling is:

"Bij een verkiezing moet gewoon winnen wie de meeste stemmen heeft."

Een goed debat gaat zo: de ene kant geeft zijn argumenten, de andere kant reageert, en dan andersom. Je mag de ander niet onderbreken. Elk argument wordt sterker met een voorbeeld uit de telling.

32 Wanneer vind jij een telmethode eerlijk? Kies de twee uitspraken die jij het belangrijkst vindt.

A De winnaar heeft de meeste eerste keuzes.

B Meer dan de helft staat achter de winnaar.

C Ook je tweede en derde keus tellen mee.

D Niemand hoeft te liegen om zijn zin te krijgen.

E De telling is snel en makkelijk te snappen.

> **Toelichting:** Geen goed of fout antwoord. Gebruik de keuze als start van het debat. Elke methode uit de krant past bij een andere uitspraak.

33 Bereid het debat voor. Bedenk argumenten vóór en tégen de stelling, elk met een voorbeeld uit de telling.

> **Toelichting:** Voor: snel, iedereen snapt het, je hoeft niet te rekenen, zo gaat handen opsteken ook. Tegen: het Museum wint met 5 van de 15 en staat bij 8 kiezers onderaan; groepje D moet liegen om iets beters te krijgen; het Museum verliest elk tweegevecht.
>
> **Beoordelingscriteria:**
>
> - Aan beide kanten minstens één echt argument (niet alleen "dat is eerlijk")
> - Minstens één voorbeeld met een getal uit de telling (bijvoorbeeld "8 kiezers zetten het Museum onderaan")

34 Voer het debat met een klasgenoot of je leerkracht. Kies eerst een kant. Wissel daarna van kant.

> **Toelichting:** Ongeveer 10 minuten. Laat elke kant 2 minuten praten, dan 1 minuut reageren, en dan wisselen. Let op of de leerling een voorbeeld uit de telling gebruikt en echt reageert op wat de ander zei.

35 Wat vind jij na het debat van de stelling? Wat was het sterkste argument van de andere kant?

> **Beoordelingscriteria:**
> - Geeft een duidelijke eigen mening over de stelling
> - Noemt een argument van de andere kant en neemt het serieus
> - Onderbouwt met een voorbeeld of getal uit de krant

De columnist vraagt zich af... Bestaat de eerlijkste telmethode eigenlijk wel? Of moet je altijd kiezen wat je het belangrijkst vindt, en een beetje van de rest opgeven?

36 Schrijf het slotartikel voor de klassenkrant. Kies een telmethode, vertel wie er wint en leg uit waarom de klas zo telt. Gebruik minstens één getal.

> **Beoordelingscriteria:**
> - Het belangrijkste (de uitslag) staat aan het begin, zoals in een krant
> - Legt de telmethode in eigen woorden uit
> - Onderbouwt de keuze voor de methode
> - Gebruikt een getal uit het project

Extra uitdaging

Zoek uit hoe op jouw school iets gekozen wordt, bijvoorbeeld de leerlingenraad. Welke telmethode is dat? Schrijf een advies voor de school.

> **Over de extra uitdaging**
>
> Een mooie brug naar de echte school. Laat de leerling het advies eventueel echt aan de leerlingenraad of de directie geven. Let op dat het over de methode gaat, niet over personen.

> **Afsluiten**
>
> Laat de leerling de vier methodes met de fiches aan de klas tonen; de klas raadt steeds wie er wint. Of laat de klas zelf een echte keuze maken (een spel voor de pauze, een boek om voor te lezen) met de eigen methode van de leerling.

> **Terugblik.** Aan het eind van dit deel vult de leerling op het antwoordblad een korte terugblik in: hoe moeilijk en hoe leuk het was, hoeveel hulp nodig was, en wat de leerling er nog over kwijt wil. Er is geen goed of fout. Gebruik het om de leerling bij te sturen en als begin van een gesprek met de leerling.

Afbeeldingen: makers en licenties

- Avatar Illustration System (DiceBear) van Micah Lanier · CC BY 4.0 (creativecommons.org/licenses/by/4.0). Bron: figma.com/community/file/829741575478342595